

Auditoria de obras públicas e Lei de Benford: o caso do Expresso DF Sul no Distrito Federal

Renata Motta Café¹

Maurício Soares Bugarin^{1,2}

Adriana Cuoco Portugal³

¹Universidade de Brasília (UnB), Brasília – DF, Brasil

²Escola Brasileira de Economia e Finanças (PGE/FGV), Rio de Janeiro – RJ, Brasil

³Tribunal de Contas do Distrito Federal (TCDF), Brasília – DF, Brasil

O desenvolvimento de um país requer a execução de grandes obras que são, com frequência, capitaneadas pelo governo. Tribunais de Contas realizam auditorias nessas obras públicas, procurando garantir o uso eficiente de recursos públicos limitados. Este trabalho mostra como a Lei de Benford pode ser aplicada na seleção da amostra para auditoria de uma obra pública, com foco no caso específico de um corredor de transporte no Distrito Federal conhecido como Expresso DF Sul ou VLP. A metodologia utilizada baseia-se em uma versão do algoritmo de Bugarin e Ceccato (2015) para priorização na auditoria das rubricas com maiores evidências estatísticas de sobrepreço na planilha orçamentária. Comparação com a auditoria de fato realizada com base na curva ABC evidencia importante benefício potencial do uso da Lei de Benford. Com efeito, a nova metodologia revelou 73,40% do superfaturamento apontado pelo Tribunal de Contas do Distrito Federal auditando-se apenas 38,17% do valor total da obra.

Palavras-chave: Lei de Benford, auditoria de obras públicas, tecnologias de detecção de fraude, Expresso DF Sul

Auditoría de obras públicas y Ley de Benford: el caso del Expresso DF Sul en el Distrito Federal de Brasil

El desarrollo de un país requiere la ejecución de grandes obras que a menudo son dirigidas por el gobierno. Los Tribunales de Cuentas llevan a cabo auditorías de esas obras públicas, buscando asegurar el uso eficiente de recursos públicos limitados. Este trabajo muestra cómo se puede aplicar la Ley de Benford en la selección de la muestra para auditar una obra pública, centrándose en el caso específico de un corredor de transporte en el Distrito Federal conocido como *Expresso DF Sul* o VLP. La metodología utilizada se apoya en una versión del algoritmo de Bugarin y Ceccato (2015) para priorizar la auditoría de artículos con mayor evidencia estadística de sobreprecio en la hoja de cálculo del presupuesto. En comparación con la auditoría real basada en la curva ABC, existe un beneficio potencial importante en el uso de la Ley de Benford. De hecho, la nueva metodología reveló el 73.40% del sobreprecio indicado por el Tribunal de Cuentas del Distrito Federal, auditando solo el 38.17% del valor total del trabajo.

Palabras-clave: Ley de Benford, auditoría de obras públicas, tecnologías de detección de fraude, Expresso DF Sul

Public works audit and Benford's Law: the case of Expresso DF Sul in the Brazilian Federal District

A country's development requires major works, a task often undertaken by the government. Courts of Accounts carry out audits on public works, seeking to ensure efficient use of limited public resources. This paper shows how Benford's Law can be used in the selection of the sample for auditing a public work, focusing on the specific case of a transport corridor in the Brazilian Federal District known as *Expresso DF Sul* or VLP. The methodology is based on a version of the algorithm by Bugarin and Ceccato (2015) for prioritizing the audit of items with greater statistical evidence of overpricing in the budget spreadsheet. A comparison with the audit actually performed based on the ABC curve shows that there is an important potential benefit of using Benford's Law. Indeed, the new methodology exposed 73.40% of the overbilling indicated by the Federal District Audit Court, while auditing only 38.17% of the total value of the work.

Keywords: Benford's Law, public works audit, fraud detection technologies, Expresso DF Sul

1 Introdução

O desenvolvimento de um país requer vultosos investimentos em grandes obras, sobretudo na área de infraestrutura. A economia do setor público sugere que, na ausência de coordenação pública, o “efeito carona” tende a resultar em provisão subótima desse bem público (MUELLER, 2003). Essa falha de mercado explica a participação estatal nesse esforço de crescimento.

Entretanto, é evidente que o Estado deve prezar pela melhor alocação dos recursos escassos, cabendo aos Tribunais de Contas exercer o controle externo das obras públicas. Entre outras atividades, esses tribunais realizam a fiscalização de obras e serviços de engenharia como forma de coibir o superfaturamento e, por consequência, a corrupção, seja durante a execução da obra com a prevenção de prejuízo na execução dos contratos que o governo celebra, seja posteriormente à execução das obras, reavendo perdas junto aos responsáveis.

As estimativas dos valores das obras contratadas são consolidadas, por vezes, em extensas planilhas orçamentárias, cuja análise se mostra difícil e demorada, ocupando semanas de trabalho dos auditores dos Tribunais de Contas na realização de uma análise de preço. Visto que o trabalho de auditoria representa em si um custo para o Estado, é imprescindível que ele seja realizado da forma mais eficiente possível.

Em busca dessa eficiência, este trabalho apresenta inicialmente uma regularidade estatística conhecida como Lei de Newcomb-Benford ou, mais simplesmente, Lei de Benford, e promove o teste de sua utilização em uma planilha orçamentária de uma obra pública, de maneira a se obter, de forma mais focada, uma amostra de itens dessa planilha que apresentem maior evidência de terem sido manipulados ou fraudados.

A obra analisada neste trabalho consta no documento denominado “Relatório de obras e serviços de engenharia com indícios de irregularidades graves”, divulgado pelo Tribunal de Contas do Distrito Federal (TCDF)¹, decorrente de um contrato firmado entre o Governo do Distrito Federal (GDF) e as empresas Andrade Gutierrez, OAS, Via Engenharia e Setepla Tecnometal Engenharia, das quais as três primeiras foram investigadas pela famosa Operação Lava-Jato².

Trata-se da obra de implantação de um corredor de transporte no Distrito Federal

¹ TCDF, Relatório de obras e serviços de engenharia com indícios de irregularidades graves, 31 de jul. de 2017. Disponível em: <https://www.tc.df.gov.br/relatorio-de-obras-com-indicios-de-irregularidades-graves/>. Acesso: 28/01/2020.

² Ver https://pt.wikipedia.org/wiki/Opera%C3%A7%C3%A3o_Lava_Jato. Acesso: 24/02/2020.

(*bus rapid transit* – BRT), inicialmente conhecido como VLP Sul, sendo atualmente tratado como Expresso DF Sul, que liga as regiões administrativas do DF: Gama, Santa Maria e Plano Piloto. O corredor tem 43,8 km de extensão, com 35 km destinados às faixas exclusivas de ônibus, oito estações de embarque/desembarque, dois terminais e 22 viadutos.

No escopo da obra estavam previstos o projeto executivo; a execução de obras civis (terraplenagem, pavimentação, obras de arte especiais, estações e terminais de passageiros e obras de reurbanização); o fornecimento e a montagem de sistemas de controle, os quais representavam, entre outros, os elementos de tecnologia da informação que possibilitariam a operação do sistema.

Com a implantação do corredor de transporte, o GDF pretendia reduzir de 90 minutos para 40 minutos o tempo de viagem dos usuários do sistema de transporte público daquela região, bem como diminuir a circulação de carros nesse trecho. Esperava-se atender 600 mil passageiros diariamente, sendo 20 mil por hora em horários de pico, mas o deslocamento de passageiros atende pouco mais que 220 mil por dia, em média³.

Utilizou-se para o estudo a planilha de custos da obra referente à 26ª medição⁴, que data de janeiro de 2014, disponibilizada e analisada pela auditoria do tribunal. A soma de custos da planilha totalizava a quantia de R\$ 648.774.183,21⁵, montante esse que, segundo fiscalização empreendida pelo TCDF entre 2012 e 2014⁶, conteria um superfaturamento de R\$ 139.404.455,95, resultante da soma do montante superfaturado de R\$ 105.441.823,55 e do prejuízo em potencial⁷ à época de R\$ 33.962.632,40.

Para tanto, inicialmente foi considerado o trabalho de Nigrini (2012), em que estão propostos testes construídos a partir da Lei de Benford, justamente com o intuito de nortear o trabalho de um auditor quanto a indícios de fraude, de maneira a imprimir mais eficiência à auditoria. Com vistas a se direcionar a pesquisa para auditoria de obras públicas, este trabalho se baseia em Bugarin e Cunha (2015), que apresentam um

³ Conforme indicação em https://pt.wikipedia.org/wiki/BRT_Expresso_DF e <http://www.semob.df.gov.br/trecho-santa-maria-plano-piloto-do-expresso-df-sul-e-inaugurado/>. Acesso em 06/02/2020.

⁴ Denominação dada ao consolidado acumulado de itens da planilha que foram executados em um determinado mês, durante a execução do contrato. No caso, tratava-se de 26 meses de execução contratual.

⁵ A valores de julho de 2010.

⁶ Um dos processos que tratou do assunto no âmbito do TCDF é o de número 889/2009, cuja consulta está disponível em: <https://www.tc.df.gov.br/4-consultas/consultas/>. Este trabalho se dedica à avaliação procedida nesse processo, mas há ainda no TCDF o Processo de nº 25778/2012, que avaliou períodos de execução e medições posteriores, apurando um prejuízo adicional de R\$ R\$ 12.471.839,80, também a preços de julho de 2020.

⁷ Referente a serviços que ainda seriam faturados quando da realização da auditoria.

algoritmo para selecionar os dígitos com possíveis manipulação ou fraude, para posterior comparação com as análises realizadas na auditoria do TCDF.

Esse algoritmo, ligeiramente modificado no presente trabalho, acabou por apresentar resultados extremamente favoráveis ao uso da Lei de Benford na auditoria. Foram revelados 73,40% do superfaturamento apontado pelo TCDF em apenas 38,17% do valor total da obra pública.

Considerando que a metodologia clássica de seleção de amostra de auditoria, a chamada curva ABC, requer a análise de aproximadamente 80% do valor total da obra, acredita-se que o uso da ferramenta simples aqui apresentada para a seleção da amostra tem o potencial de conferir maior rendimento à auditoria.

Além desta introdução, este trabalho está organizado em mais quatro seções. A seção 2 apresenta rapidamente a literatura sobre a Lei de Benford, desde seus primórdios em 1881 até suas aplicações mais recentes na auditoria de obras públicas. A seção 3 apresenta a metodologia de seleção de amostra de auditoria baseada na Lei de Benford. A seção 4 aplica a metodologia aos dados do Expresso Sul DF e compara os resultados com aqueles obtidos pela auditoria desenvolvida pelo TCDF baseada na curva ABC. Finalmente, a seção 5 apresenta as conclusões do artigo.

2 A Lei de Benford

A Lei de Benford trata da frequência dos primeiros dígitos de dados numéricos aleatórios que não sofreram intervenção humana. A aplicação é diversa, pois vale para fatos encontrados na literatura de várias ciências e para questões ordinárias do cotidiano, envolvendo, por exemplo, comprimentos de rios, populações de cidades, áreas geográficas, até mesmo números que aparecem nas primeiras páginas de jornais (BENFORD, 1938). Suas origens remontam ao século 19. Newcomb (1881) notou que os 9 dígitos (1 a 9) não apareciam com a mesma frequência como primeiros dígitos de certos conjuntos de números, a partir da observação de que as últimas páginas da tabela logarítmica eram progressivamente menos utilizadas que as primeiras. Mais especificamente, Newcomb (1881) concluiu que o dígito 1 aparece com maior frequência como o primeiro dígito, em aproximadamente 30% dos números, o dígito 2 aparece como primeiro dígito em aproximadamente 18% dos números, e assim sucessivamente, de forma decrescente, até o dígito 9, que aparece como primeiro dígito em aproximadamente 5% dos números.

A Tabela 1 a seguir apresenta a probabilidade de ocorrência dos dois primeiros dígitos significantes de um número natural, conforme proposto nesse artigo seminal.

Tabela 1 | Frequência dos primeiros dígitos conforme apresentada por Newcomb

Dígito	Frequência do primeiro dígito	Frequência do segundo dígito
0	-	0,1197
1	0,3010	0,1139
2	0,1761	0,1088
3	0,1249	0,1043
4	0,0969	0,1003
5	0,0792	0,0967
6	0,0669	0,0934
7	0,0580	0,0904
8	0,0512	0,0876
9	0,0458	0,0850

Fonte: Newcomb (1881).

Newcomb (1881) apresentou o resultado sem, no entanto, apresentar evidências matemáticas ou empíricas. O trabalho não contou com muita notoriedade até meio século após sua publicação, com as descobertas de Benford.

A partir da mesma observação de que as primeiras páginas da tabela logarítmica eram mais utilizadas do que as últimas, mas aparentemente de maneira independente, Benford (1938) realizou um teste empírico. A compilação dos 20 mil primeiros dígitos de fontes diversas indicava uma distribuição logarítmica para os primeiros dígitos dos números compostos por quatro ou mais dígitos. Os números, sem nenhuma relação aparente, apresentavam grande conformidade com a distribuição, o que conferiu ao artigo o título de “Lei dos números anômalos”. Benford (1938) ainda construiu uma equação para a frequência dos primeiros dígitos em diferentes “ordens” de números (dezenas, centenas etc.). A equação foi estendida para a frequência dos outros dígitos em números com múltiplos dígitos.

Apesar de a Lei de Benford ter sido descoberta de maneira empírica por meio do exame de tabelas com dados numéricos, há uma série de modelos matemáticos

que buscaram explicar o fenômeno com base teórica. Raimi (1976) apresentou uma revisão bibliográfica de provas da Lei de Benford que, no entanto, não explicavam consistentemente o fenômeno, e concluiu que a resposta permanecia obscura. A prova mais robusta e aceita atualmente foi apresentada por Hill (1995), que derivou a Lei de Benford a partir da hipótese de invariância de base⁸.

A Lei de Benford, no entanto, não se aplica a qualquer conjunto de dados numéricos. Durtschi, Hillison e Pacini (2004), de um lado, sumarizaram os casos em que a Lei de Benford é relevante e aplicável: (i) quando os dados provêm de duas ou mais distribuições, como em análises de custo total, isto é, custos multiplicados por quantidades; (ii) quando os dados se referem a resultados micro, como as vendas de uma empresa; (iii) quando o número de dados é grande; e (iv) quando a base de dados é assimétrica, de modo que a média é maior que a mediana. De outro lado, a lei não se mostra relevante caso os números: (i) sejam preconcebidos ou sofram influência do comportamento humano; (ii) possuam números específicos que se repetem; ou (iii) possuam máximos ou mínimos predeterminados.

É importante ressaltar que, nos casos em que se espera que a Lei de Benford se aplique, a conformidade do conjunto de dados com a lei não necessariamente implica autenticidade; no entanto, a não conformidade deve levantar algum nível de suspeita. Essa suspeita levou inicialmente ao desenvolvimento de metodologias para análise do balanço de empresas privadas. Carslaw (1988) e Thomas (1989) realizaram trabalhos visando detectar a manipulação de dados via arredondamentos excessivos no balanço de empresas. Seriam arredondamentos para cima, no caso de entradas de dinheiro, e para baixo, no caso de saídas de caixa.

Nigrini e Mittermaier (1997) defenderam o uso de uma técnica de análise de dígitos baseada na Lei de Benford no estágio de planejamento de uma auditoria contábil. A técnica comparava a frequência do dígito (para números com mais de um dígito) com a frequência prevista pela Lei de Benford e levantava suspeitas de fraude ou irregularidades para aqueles que não estavam em conformidade. Nigrini e Mittermaier (1997) e Nigrini (2012) apresentaram uma série de testes que possibilitaram um uso extensivo da Lei de Benford em auditorias, dos quais se destacam os testes dos: (i) primeiros dígitos; (ii)

⁸ Pinkham (1961) mostrou que se uma lei rege a distribuição dos dígitos, ela deve ser invariante à escala. Por sua vez, Boyle (1994) revelou que números de diferentes fontes que sofram operação matemática com potências inteiras seguem a distribuição de Benford.

segundos dígitos; (iii) dois primeiros dígitos; e (iv) teste da soma.

Até recentemente, os testes baseados na Lei de Benford tinham por foco auditorias contábeis de empresas privadas. No entanto, o sucesso do método levou a diversas outras explorações, como hospitais filantrópicos (MILANI, 2013), organizações sem fins lucrativos (VAN CANEGHEM, 2016), agências governamentais (ARIS *et al.*, 2017), municípios (CELLA; ZANOLLA, 2018), requerimentos de seguro-desemprego (SPIER, 2019), inconsistências nas declarações de patrimônio de políticos (SALLABERRY *et al.*, 2019). Mais recentemente, a lei foi relacionada aos pesos de uma rede neural (SAHU; JAVA; SHAIKH, 2021) com vistas a melhor entender a formação dessas redes, para detectar fraudes no Programa Bolsa Família (AZEVEDO *et al.*, 2021), nos dados anunciados do efeito estufa (CORACIONI, 2020) e até mesmo nos dados reportados dos números de casos de Covid 19 no país (BUGARIN, 2020; MENEZES, 2021).

Cunha e Bugarin (2015a) aplicaram os testes propostos por Nigrini (2012) à auditoria de uma obra pública brasileira – o estádio de futebol Maracanã – e descobriram que os dígitos selecionados pelos testes correspondiam a mais de 70% do volume de fraudes encontradas pelo Tribunal de Contas da União (TCU). Cunha e Bugarin (2015b) aplicaram os testes a mais uma obra pública – o estádio Arena Amazônia –, também obtendo resultados significantes. Ademais, Bugarin e Cunha (2015) propõem um algoritmo formal para a seleção dos dígitos a serem auditados. Essa metodologia foi aplicada com sucesso em artigo publicado em 2017 pela Revista do Serviço Público para avaliar a auditoria da reforma do Aeroporto Internacional de Minas Gerais⁹.

Esse método proposto foi utilizado com uma ligeira alteração no presente trabalho, com os dados da obra de implantação do corredor de transporte no DF chamado de Expresso DF Sul.

⁹ Bugarin e Cunha (2017). *Vide* ainda Cunha (2013) e Cunha e Bugarin (2015c) para a aplicação da metodologia a diversas obras públicas nacionais de grande porte.

3 O método

Esta seção apresenta a estrutura básica dos testes detalhados em Nigrini (2012) e uma versão do algoritmo proposto por Bugarin e Cunha (2015) para seleção dos dígitos para auditoria. É importante notar que existem muitos outros testes baseados na Lei de Benford, sejam aqueles focados no formato da distribuição como um todo, como o teste do Kolmogorov-Smirnoff (KS), o teste da Média dos Desvios Absolutos (MDA ou “*mean absolute deviaton*” em inglês), o teste da base logarítmica e o teste da mantissa (“*mantissa arc test*”)¹⁰, o Modelo de Fator de Distorção etc., sejam aqueles focados nos dígitos em especial, como o teste do segundo dígito, mais usado em estudos de fraudes eleitorais (MEBANE, 2010, 2011), o teste dos dois últimos dígitos, da duplicação dos dígitos, da discrepância relativa etc.¹¹ Os testes aqui usados foram escolhidos por duas razões. Em primeiro lugar, já existe uma literatura que aplica esses testes no estudo de licitações públicas (CUNHA, 2013; CUNHA; BUGARIN, 2015a, 2015b, 2015c; BUGARIN; CUNHA, 2017), além de um algoritmo proposto para a seleção da amostra para a auditoria de uma obra pública (BUGARIN; CUNHA, 2015). Em segundo lugar, esses testes são de fácil entendimento, de fácil implementação e fornecem resultados que se aproximam bem àqueles encontrados na auditoria baseada na curva ABC, usada pelos tribunais de contas no país.

3.1 Perfil dos dados

Nigrini (2012) ressalta a importância de verificar a viabilidade da aplicação dos testes baseados na Lei de Benford por meio do exame do perfil dos dados. Esse exame consiste na contagem e soma dos números em cinco categorias (igual ou acima de 10,00; entre 0 e 10; igual a 0; entre 0 e -10; abaixo de menos 10), além do levantamento de valores muito altos (acima de 100.000,00) ou muito baixos (até 50,00). As categorias podem ser adaptadas de acordo com o tipo de dados.

A verificação do perfil dos dados permite que o usuário entenda melhor a composição da base de dados, evita erros e detecta problemas sérios que apontem para o abandono da abordagem de planejamento da auditoria por Benford.

¹⁰ Esses dois últimos testam se a mantissa dos números se distribui uniformemente em [0,1).

¹¹ Uma descrição mais detalhada de testes não usados aqui pode ser encontrada em Nigrini (2012), Nigrini e Miller (2009), Nigrini e Mittermaier (1997), Costa *et al.* (2012) e em Bugarin e Cunha (2015).

3.2 Teste do Primeiro Dígito

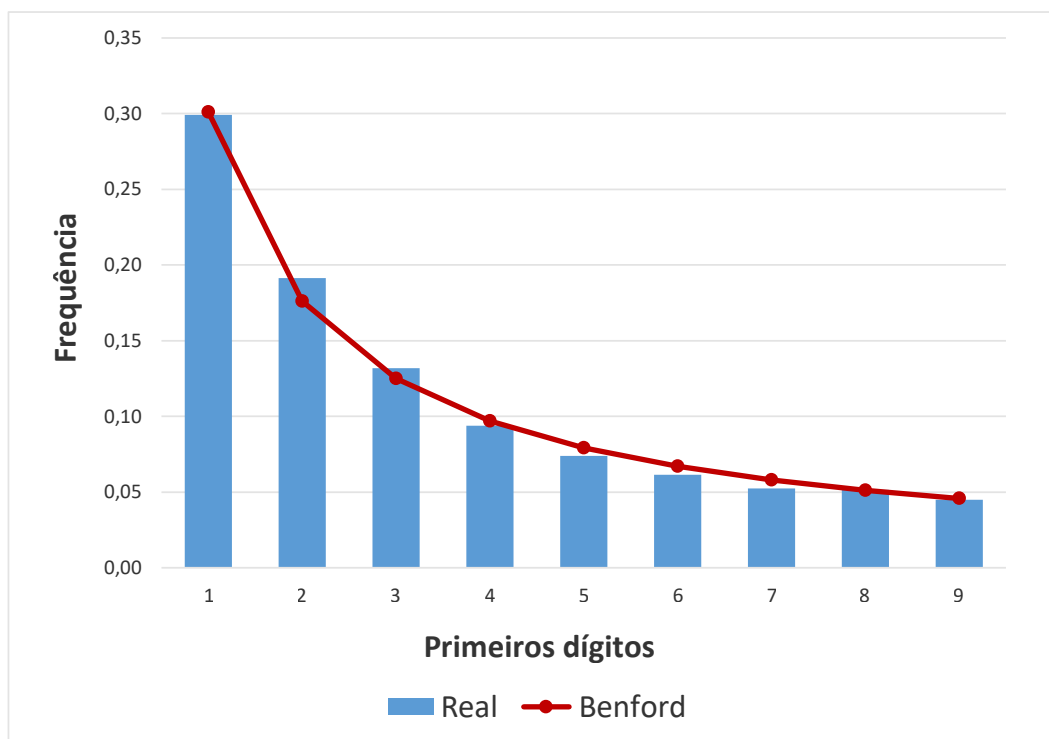
O teste do primeiro dígito encontra-se entre os testes primários descritos por Nigrini (2012) e é um primeiro teste de conformidade geral dos dados com a distribuição de Benford.

Conforme consta na Tabela 1 deste trabalho, a frequência esperada dos primeiros dígitos pela Lei de Benford segue a expressão matemática abaixo:

$$\text{Prob}(\text{primeiro dígito} = D_1) = \log_{10}\left(1 + \frac{1}{D_1}\right), D_1 = 1, \dots, 9.$$

A título de exemplo, a Figura 1 a seguir mostra a frequência dos primeiros dígitos para a base de dados do IBGE relativa à área, em quilômetros quadrados, dos 5.561 municípios brasileiros.

Figura 1 | Frequência dos primeiros dígitos na base de dados de áreas dos municípios brasileiros e a comparação com o previsto por Benford.



Fonte: elaborada pelos autores, a partir de dados obtidos do IBGE. “Real” corresponde à frequência observada enquanto “Benford” corresponde à frequência prevista pela Lei de Benford.

Em seguimento a uma primeira análise de conformidade visual por meio do gráfico, comparam-se as frequências observadas com as esperadas para cada dígito através do cálculo da estatística Z. A estatística Z leva em conta a magnitude absoluta da diferença (entre as frequências reais e esperadas por Benford), o tamanho da base de dados e a frequência esperada conforme a fórmula a seguir:

$$(i) \quad Z = \frac{|FRI - FREi| - \frac{1}{2N}}{\sqrt{\frac{FREi(1 - FREi)}{N}}},$$

na qual N denota o número de observações válidas, FRI , a frequência relativa encontrada para o primeiro dígito i e $FREi$, a frequência relativa esperada para i de acordo com a Lei de Benford. O último termo do numerador $\frac{1}{2N}$ é usado apenas se for menor que o primeiro ($|FRI - FREi|$), para correção de continuidade. Compara-se a estatística Z encontrada com o valor tabulado para um nível de significância, e se a estatística Z for menor que o limite tabulado, não é possível rejeitar a hipótese de conformidade com a distribuição de Benford. Caso contrário, rejeita-se a hipótese de conformidade.

Há duas medidas sugeridas em Nigrini (2012) para verificar a conformidade geral dos primeiros dígitos com a distribuição de Benford. A primeira é o desvio médio absoluto (DMA), calculado pela fórmula a seguir:

$$(ii) \quad DMA = \frac{\sum_{i=1}^9 |FRI - FREi|}{9},$$

em que FRI refere-se à frequência relativa encontrada para o primeiro dígito i , e $FREi$, à frequência relativa esperada para i de acordo com a Lei de Benford.

Nigrini (2012) propõe o seguinte critério para avaliar a conformidade da base de dados de acordo com o teste DMA para os primeiros dígitos: se a estatística estiver entre 0 e 0,006, tem-se conformidade estrita; entre 0,006 e 0,012, conformidade aceitável; 0,012 a 0,015, conformidade marginalmente aceitável e, por fim, se for maior que 0,015 tem-se não conformidade. Para a base de dados ilustrada, o valor da estatística DMA – desvio médio absoluto – é 0,00512, sinalizando conformidade estrita.

A outra medida sugerida é calcular a estatística qui-quadrado, que compara um conjunto de resultados obtidos com esperados, conforme fórmula a seguir:

$$(iii) \quad \chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(C-CE)^2}{CE},$$

em que k é cada categoria (neste caso, cada um dos 9 dígitos), C é a contagem de números pertencentes à categoria e CE , a contagem esperada por Benford para a categoria. O valor crítico da estatística qui-quadrado para 5% de significância e 8 graus de liberdade é 15,51, e se a estatística resultante for menor que o limite tabulado, não é possível rejeitar a hipótese de conformidade com a distribuição de Benford. Caso contrário, rejeita-se a hipótese de conformidade.

Neste caso, diferente do resultado encontrado com o uso da estatística DMA, para a base de dados das áreas dos municípios, encontra-se o valor 18,35, e a hipótese de conformidade é rejeitada, por uma pequena margem, demonstrando que o qui-quadrado é um teste bem mais excludente.

De acordo com Nigrini (2012), o teste do primeiro dígito não costuma ser de muita utilidade para identificar os dados com indícios de fraude a serem auditados por dividir a base em poucas categorias. Costuma ser melhor para um conjunto de dados pequeno (até 300 observações) e para comparar duas bases de dados quanto a indícios de manipulação.

3.3 Teste do Segundo Dígito

A frequência esperada pela Lei de Benford para os segundos dígitos aparece na Tabela 1 e segue a expressão matemática abaixo:

$$\text{Prob}(\text{segundo dígito} = D_2) = \sum_{D_1=1}^9 \log\left(1 + \frac{1}{D_1 D_2}\right), \quad D_2 = 0,1, \dots, 9.$$

Novamente, pode-se calcular as estatísticas Z para cada dígito e as medidas de conformidade geral DMA e qui-quadrado.

Os limites para conformidade propostos por Nigrini (2012) para avaliar o DMA dos segundos dígitos são ligeiramente diferentes: se a medida estiver entre 0 e 0,008, tem-se conformidade estrita; entre 0,008 e 0,010, conformidade aceitável; 0,010 a 0,012, conformidade marginalmente aceitável; e, por fim, se for maior que 0,012, o diagnóstico será de não conformidade. O valor crítico da estatística qui-quadrado a um nível de significância de 5% para 9 graus de liberdade é 16,92.

O teste do segundo dígito é bom para detectar arredondamentos excessivos na base de dados, se for constatada a presença excessiva de dígitos 0 e 5 (CARSLAW, 1988; THOMAS, 1989).

3.4 Teste dos Dois Primeiros Dígitos

O teste dos dois primeiros dígitos é um teste mais focado e, portanto, mais apropriado para detectar as categorias de dígitos com evidências de fraude do que os anteriores. A base de dados é dividida em 90 categorias (10, 11, ..., 98, 99), e é feita uma comparação da frequência de cada uma delas com a frequência relativa esperada por Benford, dada pela seguinte expressão matemática:

$$\text{Prob}(\text{dois primeiros dígitos} = D_1D_2) = \log\left(1 + \frac{1}{D_1D_2}\right),$$
$$D_1D_2 = 10, 11, 12, \dots, 98, 99.$$

Nigrini (2012) sugere que, se até cinco categorias de dígitos entre as 90 não obedecerem a Lei de Benford, não há evidência forte de manipulação.

Há ainda dois critérios sugeridos por Nigrini (2012) para avaliar a conformidade geral com a Lei de Benford a partir do teste dos dois primeiros dígitos: as estatísticas qui-quadrado e DMA. O valor crítico da estatística qui-quadrado a 5% de significância e 89 graus de liberdade é 112,02. Os limites para avaliar o DMA dos dois primeiros dígitos para conformidade propostos por Nigrini (2012) são: entre 0 e 0,0012, conformidade estrita; entre 0,0012 e 0,0018, conformidade aceitável; 0,0018 a 0,0022, conformidade marginalmente aceitável; e maior que 0,0022, não conformidade.

3.5 Teste da Soma

O teste da soma é um teste avançado proposto por Nigrini (2012) para detectar números excessivamente grandes na base de dados. Trata-se de uma modificação do teste usual para os dois primeiros dígitos, no qual os dados são divididos em 90 categorias (10, 11, ..., 98, 99), e as observações são somadas para cada grupo. O resultado esperado é que cada classe de dígitos some aproximadamente o mesmo montante, isto é, $\frac{1}{90} = 0,011$ ou 1,1% do total da soma de todos os números da base.

Apesar de matematicamente provada, empiricamente os dados não costumam se conformar com a expectativa teórica. Ainda assim, quando a soma da categoria é anormalmente grande, os dados merecem maior escrutínio.

O teste da soma é utilizado em conjunto com o teste dos dois primeiros dígitos para detectar categorias de dígitos relevantes para a auditoria no algoritmo proposto.

3.6 Algoritmo

O algoritmo apresentado nesta seção se baseia naquele proposto por Bugarin e Cunha (2015). Obtém-se uma seleção de rubricas com maiores evidências de manipulação humana a partir da combinação dos testes da soma e dos dois primeiros dígitos, dentro de uma porcentagem do total preestabelecida para auditoria.

O primeiro passo é estabelecer os valores iniciais dos parâmetros-chave. São eles:

- i. O parâmetro σ estabelece a porcentagem da soma total (T) que será auditada;
- ii. O parâmetro ϵ estabelece a precisão da regra de parada, isto é, quão próxima a soma da amostra selecionada se encontra do parâmetro σ para a porcentagem da planilha a ser auditada;
- iii. O parâmetro λ estabelece o nível de significância usado no teste dos dois primeiros dígitos. Seguindo Nigrini (2012) e o habitual de trabalhos empíricos, λ se inicia em 5%;
- iv. O parâmetro μ estabelece o limite a ser usado como critério de seleção de categorias de dígitos no teste da soma. Bugarin e Cunha (2015) sugerem μ inicial de 100%;
- v. O parâmetro δ estabelece o ajuste a ser feito no parâmetro μ de seleção de categorias de dígitos por meio do teste da soma. Bugarin e Cunha (2015) sugerem δ de 25%.

Roda-se o teste dos dois primeiros dígitos aplicando-se o critério de significância λ , e selecionam-se as categorias de dígitos correspondentes.

Roda-se também o teste da soma utilizando o limite estabelecido μ e selecionam-se as categorias de dígitos cuja frequência relativa se encontra acima de $0,011(1 + \mu)$, recordando que 0,011 é a frequência prevista por Benford.

A fim de garantir a relevância da amostra selecionada, é feito o confronto entre as categorias de dígitos selecionadas pelos testes dos dois primeiros dígitos e da soma, e se

for utilizado apenas o teste dos dois primeiros dígitos, uma categoria de dígitos pode ser apontada simplesmente por conter poucas observações na amostra, o que não a torna uma boa candidata para a auditoria.

O confronto sugerido por Bugarin e Cunha (2015) consiste na seleção de valores cujos dígitos revelem alta frequência em ao menos um dos testes. Isto é, caso a categoria de dígitos seja selecionada pelo teste da soma e/ou apresente uma frequência maior que a esperada por Benford no teste dos dois primeiros dígitos, ela é selecionada na etapa do confronto. O presente trabalho realiza de maneira distinta a etapa do confronto. Aqui, optou-se por uma seleção mais estrita, isto é, a categoria de dois dígitos somente será selecionada caso seja indicada não conformidade nos dois testes.

Após o confronto, verifica-se o valor total selecionado para auditoria (S) e procede-se à análise quanto a realizar mais uma iteração dos testes. O critério de decisão neste ponto é dado pela comparação entre a soma selecionada para auditoria até o momento (S) e a soma pretendida para ser auditada (σT), resumido pela fórmula:

$$(iv) \quad p = \frac{S - \sigma T}{\sigma T}.$$

Compara-se o módulo do p obtido com o critério ϵ . Se $|p| \leq \epsilon$, verifica-se se o valor S está abaixo de σT . Se estiver, o método foi eficaz em obter a amostra a ser auditada dentro dos critérios pretendidos. Caso contrário, o método não foi capaz de sinalizar um número alto o suficiente de categorias de dígitos para corresponder a um custo próximo ao pretendido, σT .

Se $|p| > \epsilon$ e $S < T$, sugere-se uma próxima iteração de testes. Nesta segunda iteração, o parâmetro λ , relativo ao teste dos dois primeiros dígitos é mantido em 5%, e o parâmetro μ relativo ao teste da soma deve ser diminuído em $\delta=25\%$, caindo para $\mu=75\%$. É feito o confronto, e os dígitos são selecionados. Após, o valor p , calculado a partir de (iv), é comparado novamente com ϵ para decidir quanto a novas iterações.

Se $|p| > \epsilon$ e $S < T$, a nova iteração deve aumentar em μ em $\delta=25\%$. É o caso em que a iteração de dígitos resulta em uma amostra selecionada para a auditoria maior do que a pretendida.

Procedem-se com demais iterações enquanto $|p| > \varepsilon$ e $S < T$. Quando o valor do parâmetro μ for igual a zero, pode-se ajustar λ para 10%. Esta é a última flexibilização permitida.

A Tabela 2 resume a utilização dos parâmetros a cada iteração para o caso usual, em que S é sempre menor do que T .

Tabela 2 | Tabela-resumo dos parâmetros utilizados nos testes a cada iteração

PRIMEIRA ITERAÇÃO	
$\lambda = 5\%$	$\mu = 100\%$
SEGUNDA ITERAÇÃO	
$\lambda = 5\%$	$\mu = 75\%$
TERCEIRA ITERAÇÃO	
$\lambda = 5\%$	$\mu = 50\%$
QUARTA ITERAÇÃO	
$\lambda = 5\%$	$\mu = 25\%$
QUINTA ITERAÇÃO	
$\lambda = 5\%$	$\mu = 0\%$
SEXTA ITERAÇÃO	
$\lambda = 10\%$	$\mu = 0\%$
FIM DO ALGORITMO	

Fonte: Bugarin e Cunha (2015).

4 Aplicação da Lei de Benford à planilha de obra pública e comparação com a auditoria do TCDF

Esta seção aplica a metodologia à implantação do Expresso DF Sul, que já foi analisada pelo TCDF, tendo sido encontrado superfaturamento vultoso. O valor da licitação assinado em contrato em 2009 era de R\$ 587.400.719,83 (data-base maio de 2009). O valor foi repactuado em 2011, e acrescentado um segundo termo aditivo que reduziu o valor total para R\$ 533.619.830,71 (data-base julho de 2010). Ao longo da execução, o contrato sofreu outros termos aditivos até 2012, que culminaram no valor de R\$ 648.774.183,21 (data-base julho de 2010), referente aos dados trabalhados¹². A planilha foi escolhida para a aplicação dos testes por ser a mesma auditada pelo TCDF na Informação nº 25/2014 – NFO¹³. É denominada na sequência de planilha contratual do Expresso DF. Ao final, é

¹² O valor final contratado é maior, já que houve novos aditamentos após 2012.

¹³ Constante do Processo TCDF nº 889/2009, cuja consulta está disponível em: <https://www.tc.df.gov.br/4-consultas/consultas/>.

realizada uma comparação com a análise do tribunal.

O TCDF, assim como a maioria dos Tribunais de Contas do Brasil, utiliza o princípio de Pareto, também conhecido como curva ABC, para a análise da planilha e seleção das rubricas a serem auditadas. Tal método consiste em ordenar os itens de acordo com seu custo total em ordem decrescente e auditar até 20% desses itens, a começar pelo de maior valor, de forma que o valor auditado some até 80% do total. A utilização de um método completamente independente pela auditoria do TCDF torna comparável a análise feita aqui com base na Lei de Benford.

Os testes sugeridos por Nigrini (2012) e a adaptação do algoritmo proposto por Bugarin e Cunha (2015) são aplicados na base dos preços totais de cada rubrica, isto é, preços unitários multiplicados por quantidades.

4.1 Perfil dos dados

Antes de realizar os testes, procede-se com o exame do perfil dos dados, detalhado na Tabela 3.

Tabela 3 | Perfil dos dados para a planilha contratual do Expresso DF Sul

Detalhamento	Contagem	% do Total	Soma	% do Total
10,00 ou acima	2.467	100,00	R\$ 648.774.183,21	100,00
De 0,01 a 9,99	0	0,00	0,00	0,00
igual a zero	0	0,00	0,00	0,00
-0,01 a -9,99	0	0,00	0,00	0,00
-10,00 ou abaixo	0	0,00	0,00	0,00
Soma:	2.467	100,00	R\$ 648.774.183,21	100,00
Valores baixos				
0,01 a 50,00	12	0,49	R\$ 467,73	0,00
Valores muito altos				
100.000 ou acima	563	22,82	R\$ 615.786.589,11	94,92

Fonte: elaborada pelos autores.

O exame do perfil dos dados para a planilha contratual do Expresso DF não revela problemas com a base. Todos os valores possuem ao menos dois dígitos significantes, o que confere cobertura total dos dados nos testes de Benford. Conforme esperado, há pouquíssimos valores baixos, visto que se trata do custo total de cada rubrica. Não há valores negativos ou iguais a zero, que, no caso desta planilha, representariam erro. É notável, porém, que 22,82% das rubricas correspondam à aproximadamente 95% da soma total.

4.2 Teste do Primeiro Dígito

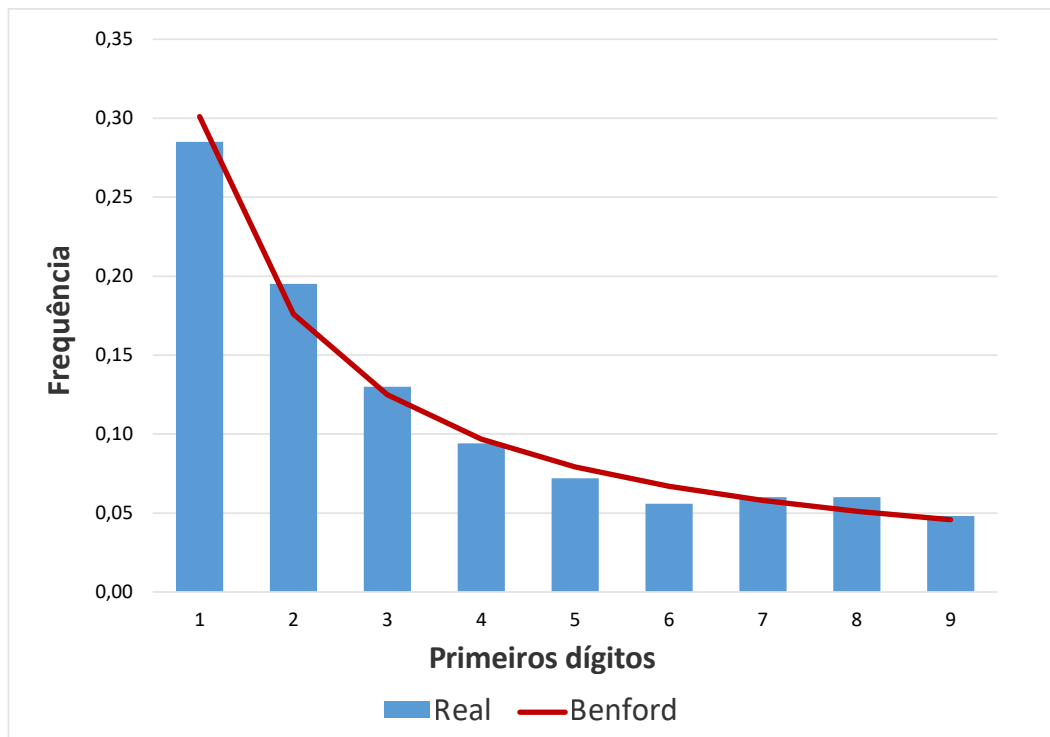
O primeiro teste a ser feito consiste na comparação das frequências relativas de cada primeiro dígito na base de dados, denominada a seguir de Real, com a frequência prevista por Benford. A Tabela 4 apresenta as frequências relativas dos primeiros dígitos, e a Figura 2 as ilustra visualmente.

Tabela 4 | Frequências relativas dos primeiros dígitos da planilha contratual do Expresso DF Sul e a comparação com Benford

FREQUÊNCIA DOS PRIMEIROS DÍGITOS			
Dígito	Real	Benford	
1	0,285	0,301	
2	0,195	0,176	
3	0,130	0,125	
4	0,094	0,097	
5	0,072	0,079	
6	0,056	0,067	
7	0,060	0,058	
8	0,060	0,051	
9	0,048	0,046	

Fonte: elaborada pelos autores.

Figura 2 | Frequência dos primeiros dígitos na planilha contratual do Expresso DF e a comparação com o previsto por Benford



Fonte: elaborada pelos autores.

Os resultados do teste do primeiro dígito estão apresentados na Tabela 5. O cabeçalho “Dígito” refere-se às classes de primeiro dígito de 1 a 9. “Contagem” refere-se à quantidade de rubricas relacionadas ao dígito. “Real” refere-se à frequência relativa de cada classe de dígitos (contagem da classe de dígitos dividida pelo total de rubricas). “Benford” refere-se à frequência prevista pela Lei de Benford para o primeiro dígito. “Estatística Z” registra o valor calculado para o teste Z de diferença entre os valores previsto e real. “DMA_i” é o registro intermediário do valor do desvio médio padrão para cada dígito; e “ χ_i^2 ”, o valor intermediário para cada dígito da estatística qui-quadrado.

Tabela 5 | Aplicação do teste do primeiro dígito à planilha contratual do Expresso DF Sul

Dígito	Contagem	Real	Benford	Estatística Z	DMA _i	χ_i^2
1	703	0,285	0,301	1,718	0,016	2,116
2	482	0,195	0,176	2,489	0,019	5,213
3	320	0,130	0,125	0,686	0,005	0,450
4	232	0,094	0,097	0,448	0,003	0,209
5	178	0,072	0,079	1,255	0,007	1,539
6	139	0,056	0,067	2,067	0,011	4,145
7	147	0,060	0,058	0,296	0,002	0,108
8	147	0,060	0,051	1,856	0,008	3,433
9	119	0,048	0,046	0,541	0,002	0,331

Fonte: elaborada pelos autores.

A estatística Z é maior do que 1,96 para os dígitos 2 e 6, respectivamente, 2,489 e 2,067, rejeitando a 5% de significância a hipótese de conformidade para tais dígitos. Para encontrar o DMA, somam-se os valores intermediários DMA_i. O valor resultante é 0,008, e o diagnóstico é conformidade aceitável com Benford de acordo com o critério apresentado em Nigrini (2012). A estatística qui-quadrado é obtida somando os valores intermediários χ_i^2 . O resultado obtido é 17,54, acima do valor crítico 15,50 para 5% de significância e 8 graus de liberdade, provendo um diagnóstico de não conformidade. Esse teste é aparentemente mais estrito que os demais.

Neste ponto, deve-se enfatizar que o teste do primeiro dígito não possui sensibilidade suficiente para indicar quais rubricas devem passar por maior escrutínio em bases com um número grande de dados como estas. Trata-se apenas de uma primeira visão geral de conformidade dos dados com Benford, sem especificar claramente onde se encontram as maiores não conformidades.

4.3 Teste do Segundo Dígito

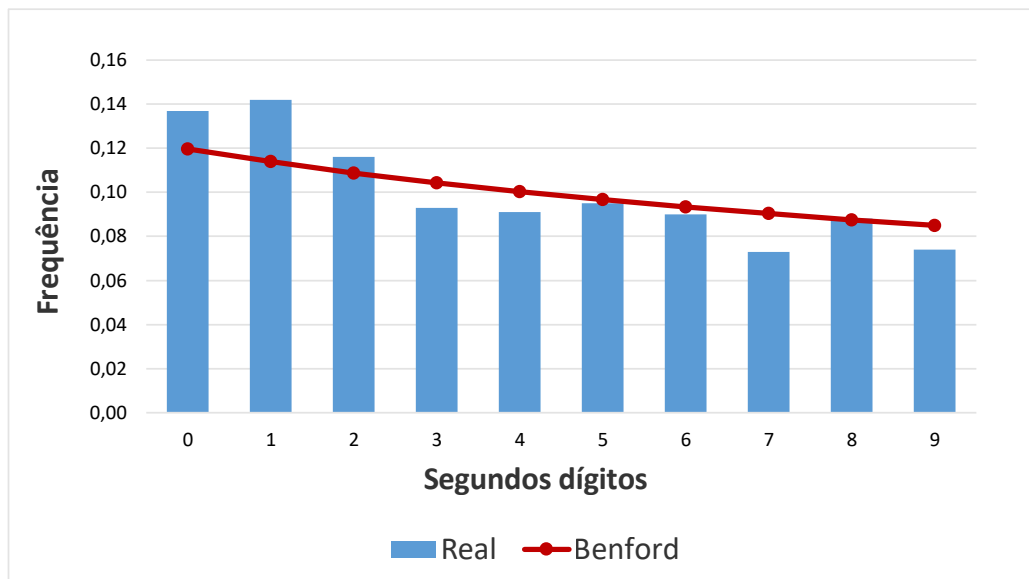
A Tabela 6 apresenta as frequências relativas dos primeiros dígitos para a planilha contratual da obra, abaixo do cabeçalho “Real”, e a comparação com o valor previsto por Benford, e a Figura 3 a ilustra.

Tabela 6 | Frequências relativas dos segundos dígitos da planilha contratual do Expresso DF Sul e a comparação com Benford

FREQUÊNCIA DOS SEGUNDOS DÍGITOS		
Dígito	Real	Benford
0	0,137	0,120
1	0,142	0,114
2	0,116	0,109
3	0,093	0,104
4	0,091	0,100
5	0,095	0,097
6	0,090	0,093
7	0,073	0,090
8	0,088	0,088
9	0,074	0,085

Fonte: elaborada pelos autores.

Figura 3 | Frequência dos segundos dígitos na planilha contratual do Expresso DF e a comparação com o previsto por Benford



Fonte: elaborada pelos autores.

O exame visual da Figura 3 sugere picos nos dígitos 0, 1 e 2. Os resultados do teste do segundo dígito estão apresentados na Tabela 7, em que se seguem as notações da Tabela 5.

Tabela 7 | Aplicação do teste do segundo dígito à planilha contratual do Expresso DF Sul

Dígito	Contagem	Real	Benford	Estatística Z	DMA _i	χ^2
0	337	0,137	0,120	2,559	0,017	5,904
1	350	0,142	0,114	4,343	0,028	16,961
2	286	0,116	0,109	1,102	0,007	1,146
3	230	0,093	0,104	1,771	0,011	2,913
4	225	0,091	0,100	1,472	0,009	2,039
5	235	0,095	0,097	0,205	0,001	0,052
6	223	0,090	0,093	0,474	0,003	0,234
7	181	0,073	0,090	2,907	0,017	7,874
8	217	0,088	0,088	0,033	0,000	0,004
9	183	0,074	0,085	1,891	0,011	3,398

Fonte: elaborada pelos autores.

No que concerne à estatística Z, esta ultrapassa o valor crítico para 5% de significância, 1,96, para os dígitos 0, 1 e 7. O DMA é 0,0104, e a estatística qui-quadrado é 40,53. O diagnóstico do DMA por Nigrini (2012) é de conformidade marginalmente aceitável, enquanto a comparação do qui-quadrado com o valor crítico a 5% de significância para 9 graus de liberdade – 16,92 – confere amplamente o diagnóstico de não conformidade. A título de comparação, recorda-se que o valor da estatística qui-quadrado dos segundos dígitos calculado para a base de dados das áreas dos municípios brasileiros foi 18,59. Ainda que a conformidade seja rejeitada para as duas bases de dados a 5% de significância, a estatística calculada aqui é significativamente maior.

4.4 Teste dos Dois Primeiros Dígitos

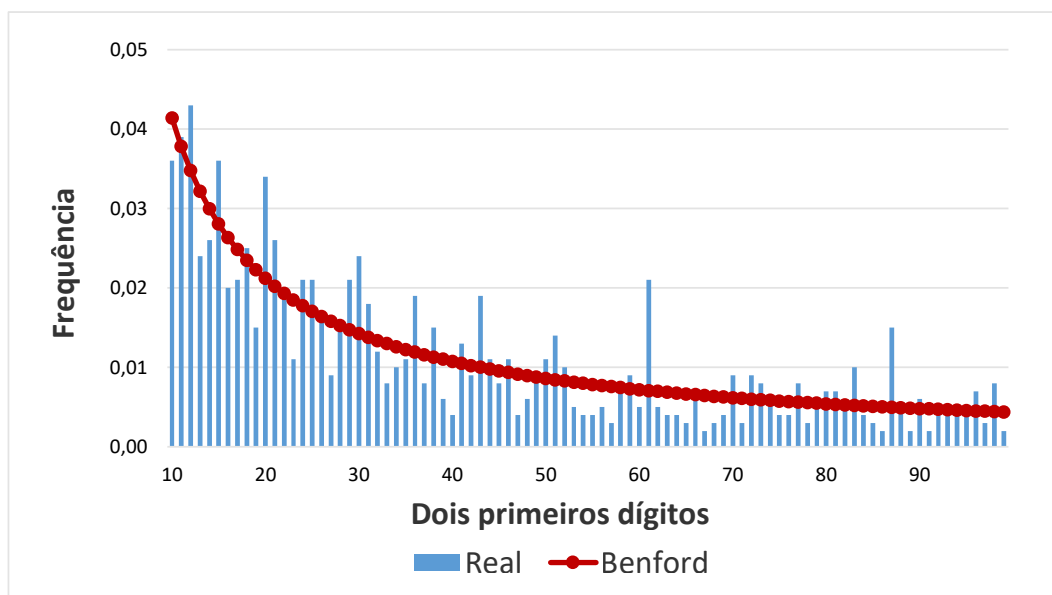
A Tabela 8 (no Apêndice) mostra os resultados da aplicação do teste dos dois primeiros dígitos, seguindo a notação das tabelas anteriores. A Figura 4 ilustra as

frequências dos primeiros dígitos da planilha contratual do Expresso DF e sua comparação com Benford.

A análise visual da Figura 4 permite notar vários picos em relação às frequências previstas por Benford. De fato, o teste Z revela 28 categorias cujas estatísticas são maiores que 1,96. São elas: 12, 13, 15, 19, 20, 21, 23, 27, 29, 30, 33, 36, 39, 40, 43, 47, 51, 55, 57, 61, 65, 67, 68, 83, 86, 87, 91, 98.

Os testes de conformidade geral da base de dados, DMA e qui-quadrado, resultam nos valores 0,0034 e 413,24, respectivamente. O diagnóstico pelo critério para o DMA sugerido por Nigrini (2012) resulta em não conformidade. O valor crítico da estatística qui-quadrado para 5% de significância e 89 graus de liberdade é 112,02. A hipótese de conformidade é rejeitada com ampla margem por este critério. Recordar-se que o valor da estatística qui-quadrado para a base de dados das áreas dos municípios brasileiros era 124,35. Apesar de também ter sido rejeitada pelo teste qui-quadrado, a estatística é notavelmente maior para a planilha contratual do Expresso DF, sugerindo maior evidência de manipulação dos dados.

Figura 4 | Frequência dos dois primeiros dígitos na planilha contratual do Expresso DF e a comparação com o previsto por Benford



Fonte: elaborada pelos autores.

4.5 Teste da Soma

O teste da soma certifica a importância dos dígitos em termos de montante total. Ele garante que o tempo útil do auditor seja dispendido com categorias de valor monetário significativo e é usado em combinação com o teste dos dois primeiros dígitos no método apresentado para detecção da amostra a ser auditada.

Tabela 9 | Aplicação do teste da soma à planilha contratual do Expresso DF Sul

Categoria	Soma (R\$)	Real	Benford	Categoria	Soma (R\$)	Real	Benford
10	22.395.376,35	0,035	0,011	55	2.496.946,25	0,004	0,011
11	24.205.167,85	0,037	0,011	56	1.484.123,70	0,002	0,011
12	8.111.343,03	0,013	0,011	57	1.851.072,66	0,003	0,011
13	40.033.454,60	0,062	0,011	58	1.339.183,00	0,017	0,011
14	25.294.984,72	0,039	0,011	59	1.201.360,63	0,002	0,011
15	26.648.050,94	0,041	0,011	60	1.897.360,60	0,003	0,011
16	11.049.794,63	0,017	0,011	61	2.801.387,85	0,004	0,011
17	26.926.718,60	0,042	0,011	62	1.427.653,79	0,002	0,011
18	27.801.371,79	0,043	0,011	63	114.694,69	0,000	0,011
19	25.894.326,03	0,040	0,011	64	786.008,27	0,001	0,011
20	11.564.513,13	0,018	0,011	65	920.396,65	0,001	0,011
21	9.957.442,94	0,015	0,011	66	2.061.106,11	0,003	0,011
22	11.035.569,64	0,017	0,011	67	880.355,44	0,001	0,011
23	6.156.963,78	0,009	0,011	68	6.968.154,29	0,011	0,011
24	5.197.410,38	0,008	0,011	69	1.749.849,45	0,003	0,011
25	6.991.224,50	0,011	0,011	70	2.058.344,77	0,003	0,011
26	6.366.999,19	0,010	0,011	71	572.010,68	0,001	0,011
27	2.984.659,17	0,005	0,011	72	184.634,24	0,000	0,011
28	8.960.469,33	0,014	0,011	73	8.946.864,68	0,014	0,011
29	5.585.165,54	0,009	0,011	74	2.040.272,38	0,003	0,011
30	3.994.262,34	0,006	0,011	75	3.106.256,48	0,005	0,011
31	4.780.456,98	0,007	0,011	76	5.627.352,51	0,024	0,011

Categoria	Soma (R\$)	Real	Benford	Categoria	Soma (R\$)	Real	Benford
32	12.629.533,13	0,019	0,011	77	1.748.514,25	0,003	0,011
33	9.241.300,46	0,014	0,011	78	238.855,09	0,000	0,011
34	3.182.848,65	0,005	0,011	79	4.325.224,71	0,007	0,011
35	1.558.168,61	0,002	0,011	80	1.232.870,64	0,002	0,011
36	12.681.847,66	0,020	0,011	81	2.817.890,00	0,004	0,011
37	6.003.811,18	0,009	0,011	82	990.034,46	0,002	0,011
38	11.964.348,70	0,018	0,011	83	2.152.593,35	0,003	0,011
39	9.621.925,58	0,015	0,011	84	1.970.120,70	0,003	0,011
40	546.548,15	0,001	0,011	85	1.141.097,92	0,002	0,011
41	6.890.075,57	0,011	0,011	86	268.519,46	0,000	0,011
42	1.202.018,43	0,002	0,011	87	9.403.684,13	0,014	0,011
43	1.621.646,29	0,002	0,011	88	3.101.090,57	0,005	0,011
44	7.083.276,52	0,011	0,011	89	11.042.568,07	0,017	0,011
45	7.124.926,31	0,011	0,011	90	9.308.667,10	0,014	0,011
46	1.682.865,11	0,003	0,011	91	102.414,40	0,000	0,011
47	1.208.220,26	0,002	0,011	92	1.031.795,33	0,002	0,011
48	351.886,79	0,001	0,011	93	2.459.049,43	0,004	0,011
49	8.580.795,74	0,013	0,011	94	9.743.415,98	0,015	0,011
50	15.575.685,59	0,024	0,011	95	506.184,81	0,001	0,011
51	2.535.546,98	0,004	0,011	96	1.263.339,64	0,002	0,011
52	1.900.555,86	0,003	0,011	97	515.868,64	0,001	0,011
53	1.121.657,56	0,002	0,011	98	3.107.987,73	0,005	0,011
54	61.441.906,83	0,095	0,011	99	2.099.886,25	0,003	0,011

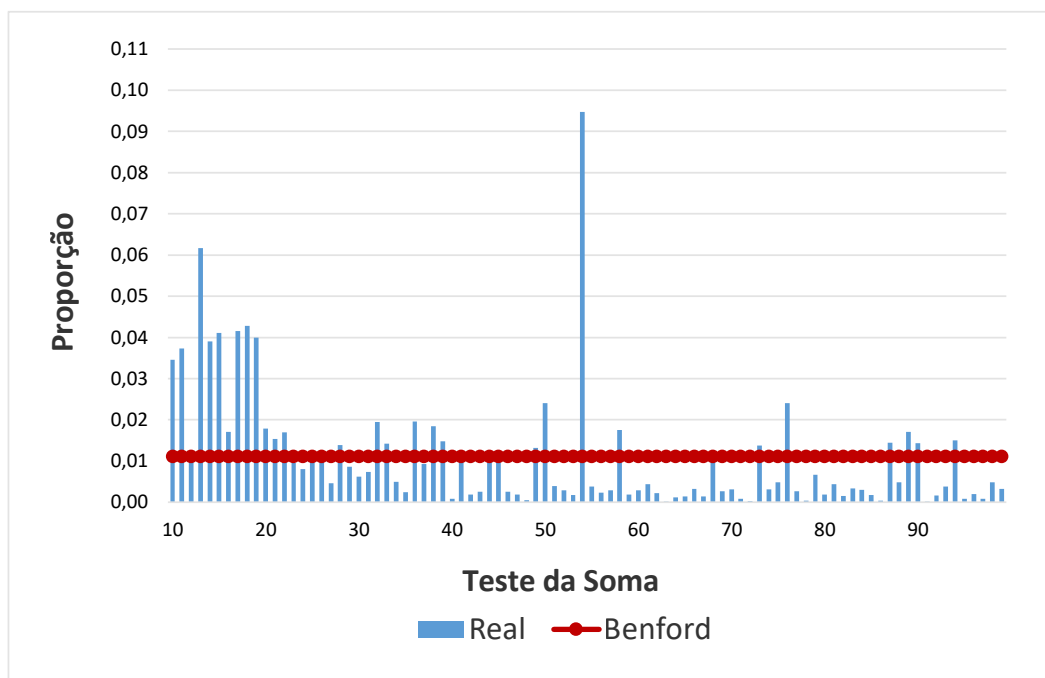
Fonte: elaborada pelos autores.

A Tabela 9 mostra os resultados da aplicação do teste da soma à planilha contratual do Expresso DF Sul, onde “Dígitos” referem-se aos dois primeiros dígitos (90 categorias). “Soma” refere-se à soma dos valores correspondentes a cada categoria. “Real” refere-se à frequência relativa de cada classe de dígitos, e “Benford” refere-se à proporção prevista para a soma de cada categoria.

A Figura 5 ilustra as proporções encontradas para a soma de cada categoria em comparação com a esperada pelo teste.

O teste da soma revela 11 categorias de dígitos que ultrapassam o limite μ inicial de 100% estabelecido pelo algoritmo, isto é, a proporção ultrapassa 2,2%. São elas: 10, 11, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 50, 54, 76. Juntas, tais categorias correspondem a 44,61% do valor total da planilha. O teste da soma revela não conformidade com a Lei de Benford.

Figura 5 | Proporção da soma de cada categoria e a comparação com o valor esperado



Fonte: elaborada pelos autores.

4.6 Algoritmo de seleção de itens candidatos à auditoria

O algoritmo de Bugarin e Cunha (2015) modificado, conforme apresentado na seção 3 deste trabalho, é aplicado à planilha contratual do Expresso DF para seleção das rubricas candidatas à auditoria. A cada iteração de seleção de dígitos é realizada uma comparação com a auditoria realizada pelo TCDF, para aferir se o método de seleção dos dígitos aponta onde estão as fraudes.

O método utilizado pelo tribunal, como explicado anteriormente, baseia-se na curva ABC. As rubricas de preços unitários são agregadas e classificadas do maior para o menor custo. Após, são selecionados até 20% dos itens, a começar do mais caro, de forma que somem até 80% do valor total. As rubricas de preços selecionadas são comparadas com valores de mercado para a detecção de sobrepreço.

A comparação com a auditoria do TCDF requer alguns comentários metodológicos. Primeiramente, como é natural a uma planilha de obra de grandes proporções, há itens que se repetem em vários momentos da planilha. Por exemplo, a rubrica “Escavação, carga e transporte de material de 1ª categoria DMT até 5km” tem 10 ocorrências. O preço unitário da rubrica é sempre o mesmo, mas a quantidade e, logo, o preço total podem variar. A análise do tribunal é feita sobre o preço unitário e, para tal, os registros de um mesmo item são analisados de maneira agregada. A análise realizada neste trabalho por meio de Benford é feita a partir dos preços totais (preços multiplicados pelas quantidades). Assim sendo, considera-se que a rubrica com sobrepreço detectada pelo tribunal é indicada pela análise de Benford caso ao menos um registro de preço total referente ao item possua os primeiros dígitos selecionados.

A planilha contratual do Expresso DF soma R\$ 648.774.183,21, mas a coluna de quantidades está incompleta¹⁴. Assim, vários preços finais resultaram em zero, o que os inviabiliza para o teste de Benford. Dessa forma, eles foram retirados da análise. Uma planilha completa provavelmente geraria dados mais robustos.

Por fim, como no máximo 80% do valor total é auditado pelo TCDF, há margem para que o algoritmo utilizado aponte itens que não passaram pela análise do tribunal. Possivelmente, seria descoberto um superfaturamento adicional caso esses também passassem por auditoria.

Primeira iteração

Para ser coerente com a auditoria do TCDF, estabelece-se $\sigma = 80\%$ e $\epsilon = 5\%$. Ou seja, audita-se até 80% do valor total da planilha, utilizando a precisão de 5% para o critério de parada.

A primeira iteração do algoritmo seleciona as categorias de dígitos cuja estatística Z do teste dos dois primeiros dígitos é maior que 1,96 ($\lambda = 5\%$ de significância), e a diferença no teste da soma é maior que $\mu=100\%$ (proporção maior que 2,2%).

¹⁴ Deve-se à supressão de itens inicialmente contratados.

Os dígitos selecionados são: 13, 15 e 19. O custo da amostra selecionada é R\$ 92.575.831,58, o que corresponde a 14,27% do total da planilha. São detectados R\$ 55.460.158,98 em comum com o TCDF, que equivale a 39,78% do superfaturamento detectado. Logo, a auditoria do TCDF aponta sobrepreço em 59,91% da amostra selecionada pelo algoritmo em primeira iteração.

Como a amostra selecionada se encontra abaixo do limite estabelecido de 80% do total, procede-se à segunda iteração.

Segunda iteração

A segunda iteração mantém o critério de 1,96 para a estatística Z do teste dos dois primeiros dígitos ($\lambda = 5\%$) e diminui a diferença no teste da soma pelo critério $\delta = 25\%$ para $\mu = 75\%$ (proporção maior que 1,925%), conforme previsto pelo algoritmo.

Em adição aos selecionados anteriormente, a iteração indica o dígito 36. O custo da amostra selecionada passa para R\$ 105.257.679,24, isto é, 16,22% do total da planilha. O montante de R\$ 57.683.798,98 foi detectado em comum com o TCDF, ou seja, 41,38% do superfaturamento. É apontado pelo TCDF sobrepreço em 54,80% da amostra selecionada em segunda iteração.

Como a amostra selecionada ainda está distante do limite estabelecido de 80% do total, passa-se para a terceira iteração.

Terceira iteração

O algoritmo recomenda a manutenção do critério de 1,96 para a estatística Z do teste dos dois primeiros dígitos ($\lambda = 5\%$) e a diminuição da diferença no teste da soma em $\delta = 25\%$ para $\mu = 50\%$ (proporção maior que 1,65%) em terceira iteração.

Em adição às categorias indicadas anteriormente, foi selecionado o dígito 20. O custo total da amostra passa para R\$ 116.822.192,37, e o valor detectado em comum pelo TCDF é R\$ 73.686.554,15. Chega-se ao apontamento de 52,44% do superfaturamento encontrado em auditoria com 18,01% do total da planilha. Em 63% da amostra sinalizada por Benford está indicado sobrepreço.

O algoritmo determina o prosseguimento das iterações, dado que o valor selecionado ainda está longe do limite estabelecido.

Quarta iteração

A quarta iteração mantém o critério de 1,96 para a estatística Z do teste dos dois primeiros dígitos ($\lambda = 5\%$) e diminui a diferença no teste da soma em $\delta = 25\%$ para $\mu = 25\%$ (proporção maior que 1,375%).

A amostra selecionada pelo algoritmo passa a incluir os dígitos 21, 33, 39 e 87. O custo da amostra sobe para R\$ 155.046.545,48,23,90% do total da planilha. Foram detectados R\$ 75.429.212,39 em comum com o TCDF, que equivale a 54,11% do superfaturamento detectado. A auditoria do TCDF aponta sobrepreço em 48,65% da amostra apontada pelo algoritmo em quarta iteração.

Como a amostra selecionada ainda está longe do limite estabelecido, procede-se à quinta iteração.

Quinta iteração

A quinta iteração ainda mantém o critério de 1,96 para a estatística Z do teste dos dois primeiros dígitos ($\lambda = 5\%$) e diminui a diferença no teste da soma em $\delta = 25\%$ para $\mu = 0\%$ (proporção maior que 1,1%).

Em adição aos demais, seleciona-se o dígito 12, e o custo da amostra passa para R\$ 163.157.888,52, o que representa 25,15% do total. A categoria, no entanto, não está relacionada com nenhuma nova rubrica de sobrepreço apontada pela auditoria do TCDF. A proporção entre o valor detectado em comum pelo TCDF e a amostra selecionada pelo algoritmo é de 46,23.

A amostra selecionada ainda está longe do limite estabelecido e procede-se à sexta iteração.

Sexta iteração

Na sexta iteração, não é possível diminuir o critério de diferença do teste da soma, pois $\mu = 0\%$. Assim, o algoritmo recomenda a adoção de $\lambda = 10\%$ para o teste dos dois primeiros dígitos, passando para 1,64 o valor limite para a estatística Z.

As categorias de dígitos selecionadas em adição às demais são: 16, 38 e 54. O custo da amostra selecionada pelo algoritmo é de R\$ 247.613.938,67, ou seja, 38,17%. Desses, são detectados R\$ 102.320.832,18 pela auditoria do TCDF. Em 41,32% da amostra selecionada é constatado sobrepreço.

O algoritmo consegue revelar 73,40% do superfaturamento apontado pelo tribunal em menos de 40% do custo total da planilha. Não são aceitas demais flexibilizações, e as iterações finalizam. É indicada a auditoria de preços totais iniciados pelos dígitos: 12, 13, 15, 16, 19, 20, 21, 33, 36, 38, 39, 54, 87 (13 categorias). Outro método, como a curva ABC, pode complementar a escolha da amostra a ser auditada para chegar a 80% do total.

A Tabela 10 a seguir resume o procedimento de iterações do algoritmo para detecção da amostra com maiores evidências de fraude de acordo com Benford.

Tabela 10 | Aplicação do teste da soma à planilha contratual do Expresso DF Sul

PRIMEIRA ITERAÇÃO	
Teste dos dois dígitos. $Z > 1.96$ ($\lambda = 5\%$)	
Teste da soma. Diferença $> 100\%$. ($> 2.2\%$)	
Categorias de dígitos selecionadas:	13, 15, 19
Custo da amostra:	R\$ 92.575.831,58
(em porcentagem do total):	14,27%
Valor detectado em comum pelo TCDF	R\$ 55.460.158,98
(em porcentagem do superfaturamento):	39,78%
É comprovado (pela auditoria do TCDF) sobrepreço em 59.91% da amostra apontada por Benford na 1ª iteração	
SEGUNDA ITERAÇÃO	
Teste dos dois dígitos. $Z > 1.96$ ($\lambda = 5\%$)	
Teste da soma. Diferença $> 75\%$. ($> 1.925\%$)	
Categorias de dígitos selecionadas:	13, 15, 19, 36
Custo da amostra:	R\$ 105.257.679,24
(em porcentagem do total):	16,22%
Valor detectado em comum pelo TCDF	R\$ 57.683.798,98
(em porcentagem do superfaturamento):	41,38%
É comprovado (pela auditoria do TCDF) sobrepreço em 54.80% da amostra apontada por Benford na 2ª iteração	

TERCEIRA ITERAÇÃO

Teste dos dois dígitos. $Z > 1.96$ ($\lambda = 5\%$)

Teste da soma. Diferença $> 50\%$ ($> 1.65\%$)

Categorias de dígitos selecionadas:	13, 15, 19, 20, 36
Custo da amostra:	R\$ 116.822.192,37
(em porcentagem do total):	18,01%
Valor detectado em comum pelo TCDF	R\$ 73.686.554,15
(em porcentagem do superfaturamento):	52,86%

É comprovado (pela auditoria do TCDF) sobrepreço em 63.08% da amostra apontada por Benford na 3ª iteração

QUARTA ITERAÇÃO

Teste dos dois dígitos. $Z > 1.96$ ($\lambda = 5\%$)

Teste da soma. Diferença $> 25\%$ ($> 1.375\%$)

Categorias de dígitos selecionadas:	13, 15, 19, 20, 21, 33, 36, 39, 87
Custo da amostra:	R\$ 155.046.545,48
(em porcentagem do total):	23,90%
Valor detectado em comum pelo TCDF	R\$ 75.429.212,39
(em porcentagem do superfaturamento):	54,11%

É comprovado (pela auditoria do TCDF) sobrepreço em 48.65% da amostra apontada por Benford na 4ª iteração

QUINTA ITERAÇÃO

Teste dos dois dígitos. $Z > 1.96$ ($\lambda = 5\%$)

Teste da soma. Diferença $> 0\%$ ($> 1.1\%$)

Categorias de dígitos selecionadas:	12, 13, 15, 19, 20, 21, 33, 36, 39, 87
Custo da amostra:	R\$ 163.157.888,52
(em porcentagem do total):	25,15%
Valor detectado em comum pelo TCDF	R\$ 75.429.212,39
(em porcentagem do superfaturamento):	54,11%

É comprovado (pela auditoria do TCDF) sobrepreço em 46.23% da amostra apontada por Benford na 5ª iteração

SEXTA ITERAÇÃO	
Teste dos dois dígitos. $Z > 1.64$ ($\lambda = 10\%$)	
Teste da soma. Diferença $> 0\%$ ($> 1.1\%$)	
Categorias de dígitos selecionadas:	12, 13, 15, 16, 19, 20, 21, 33, 36, 38, 39, 54, 87
Custo da amostra:	R\$ 247.613.938,67
(em porcentagem do total):	38,17%
Valor detectado em comum pelo TCDF	R\$ 102.320.832,18
(em porcentagem do superfaturamento):	73,40%
É comprovado (pela auditoria do TCDF) sobrepreço em 41.32% da amostra apontada por Benford na 6ª iteração	
FIM DO ALGORITMO	

Fonte: elaborada pelos autores.

5 Conclusão

O presente trabalho buscou analisar a conformidade geral das planilhas de custos do Expresso Sul DF à Lei de Benford e identificar rubricas que indicariam maior possibilidade de superfaturamento.

Os critérios que atestam conformidade geral com a distribuição de Benford para o teste dos dois primeiros dígitos, o desvio médio absoluto (DMA) e a estatística qui-quadrado, ambos indicam não conformidade para a planilha contratual do Expresso DF.

Os testes do primeiro e do segundo dígito não se mostraram muito úteis para a seleção de itens para a auditoria, por repartirem a base de dados em um número baixo de categorias. O teste da soma de maneira isolada também não foi capaz de sinalizar precisamente as categorias candidatas a maior escrutínio. No entanto, a combinação do teste dos dois primeiros dígitos, que divide a base de dados em 90 categorias e indica as que não estão em conformidade com Benford, e o teste da soma, que seleciona as categorias de dígitos com maior importância pecuniária, levou a um apontamento acurado de rubricas com evidências de manipulação de dados.

O método de seleção de rubricas candidatas à auditoria pela Lei de Benford apresentou bons resultados. Ao fim da sexta iteração, foram expostos 73,40% do superfaturamento apontado pelo TCDF auditando-se apenas 38,17% do valor total da

planilha. Para cada real apontado como suspeito de fraude por Benford, 41 centavos tiveram sobrepreço indicado pela auditoria do tribunal. Acredita-se, portanto, que o uso dos testes de Benford na etapa de planejamento da auditoria de uma obra pública torna a tarefa do auditor mais assertiva e eficiente.

Portanto, julga-se benéfica a utilização do algoritmo apresentado para a escolha dos itens de planilhas de obras públicas para auditoria. Além disso, por poder ser implantada usando-se somente uma plataforma de planilha eletrônica, a técnica é relativamente acessível, ainda que alguns auditores possivelmente necessitem certo treinamento estatístico para seu uso¹⁵.

Vale notar que o método identificou como prioritárias rubricas correspondendo a um percentual relativamente baixo do valor total da planilha de custo correspondente (menos de 40%). Como é usual se auditar percentuais que chegam a 80% do valor da obra, o algoritmo aqui usado pode ser complementado selecionando-se rubricas adicionais com base na curva ABC. O efeito de uma tal extensão do algoritmo básico é deixado aqui como uma sugestão para pesquisas futuras.

Vale também notar que o presente artigo se limitou a uma comparação direta dos resultados encontrados pela auditoria feita pelo TC-DF com os indícios sugeridos pela aplicação da Lei de Benford. Portanto, não se trata de uma sugestão de alguma superioridade da Lei de Benford em geral. Para tanto, pelo menos duas abordagens poderão ser seguidas. Uma delas, de ordem mais prática, consistiria em montar duas equipes de auditoria de uma obra pública, sendo que uma seguiria a tradicional ordenação de itens dada pela curva ABC e outra seguiria a ordenação dos itens a serem auditados proposta pela aplicação da Lei de Benford¹⁶. Essa metodologia permitiria comparar adequadamente as duas metodologias no caso específico dessa obra. Uma segunda abordagem seria construir um experimento de Monte Carlo. “O teste consistiria em verificar se uma amostra aleatória teria um desempenho inferior àquela obtida pela aplicação da Lei de Newcomb-Benford. Se na maioria dos casos, as amostras aleatórias tivessem eficiência inferior à obtida com a respectiva técnica, aí seria possível descrever que tal amostra é mais eficiente.”¹⁷ Esses testes são deixados aqui como mais uma sugestão para pesquisas futuras.

¹⁵ Somos gratos a um parecerista anônimo por ressaltar este ponto.

¹⁶ Os itens comuns às duas amostras seriam divididos entre as duas turmas de auditoria.

¹⁷ Somos gratos a um parecerista anônimo pela sugestão aqui transcrita.

Referências

ARIS, N. A.; OTHMAN, R.; BUKHORI, M. A. M.; ARIF, S. M. M.; MALEK, M. A. A. Detecting accounting anomalies using Benford's Law: evidence from the Malaysian public sector. *Management and Accounting Review (MAR)*, v. 16, n. 2, p. 73-100, 2017.

AZEVEDO, C. DA S.; GONÇALVES, R. F.; GAVA, V. L.; DE MESQUITA SPINOLA, M. A Benford's Law based methodology for fraud detection in social welfare programs: Bolsa Familia analysis. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 567, 125626, 2021.

BENFORD, F. The law of anomalous numbers. *Proceedings of the American Philosophical Society*, v. 78, p. 551-572, 1938.

BOYLE, J. An application of Fourier series to the most significant digit problem. *American Mathematical Monthly*, v. 101, p. 879-886, 1994.

BUGARIN, M. COVID-19 e a inevitável Lei dos Números Anômalos: resultados preliminares. *Revista Conceito Jurídico*, v. 4, n. 46, p. 90-93, 2020.

BUGARIN, M.; CUNHA, F. A didactic note on the use of Benford's Law in public works auditing, with an application to the construction of Brazilian Amazon Arena 2014 World Cup soccer stadium. *Economia (Yokohama)*, v. 66, p. 23-55, 2015.

BUGARIN, M.; CUNHA, F. Lei de Benford aplicada à auditoria da reforma do Aeroporto Internacional de Minas Gerais. *Revista do Setor Público*, v. 68, n. 4, p. 915-940, 2017.

CARSLAW, C. Anomalies in income numbers: evidence from goal oriented behaviour. *The Accounting Review*, v. 63, p. 321-327, 1988.

CELLA, R. S.; ZANOLLA, E. A Lei de Benford e a transparência: uma análise das despesas públicas municipais." *Brazilian Business Review*, v. 15, n. 4, p. 331-347, 2018.

CORACIONI, A. T. Testing of published information on greenhouse gas emissions. Conformity analysis with the Benford's Law Method. *Audit Financiar*, v. 18, n. 4, p. 821-830, 2020.

CUNHA, F.; BUGARIN, M. (Benford Law for audit of public works: an analysis of overpricing in Maracanã soccer arena's renovation. *Economics Bulletin*, v. 35, p. 120-129, 2015a.

CUNHA, F.; BUGARIN, M. Lei de Benford para a auditoria de obras públicas: análise de sobrepreço na construção da arena da Amazônia. *Boletim de Licitações e Contratos (BLC/NDJ)*, v. 28, n. 8, p. 841-857, 2015b.

CUNHA, F.; BUGARIN, M. Aplicações da Lei Newcomb-Benford às planilhas orçamentárias de obras públicas. In: SECRETARIA DE ORÇAMENTO FEDERAL. (Org.). *Orçamento Público: VII Prêmio SOF de Monografias: coletânea*. Brasília: Esaf, 2015c. p. 229-318.

CUNHA, F. C. R. *Aplicações da Lei Newcomb-Benford à auditoria de obras públicas*. Dissertação (Mestrado em Regulação e Gestão de Negócios) – Universidade de Brasília, Brasília, 2013.

COSTA, J. I. DE F.; HENRIQUES, D. B. B.; MELO, S. DE B.; DOS SANTOS, J. Análise de métodos contabilométricos para determinação de conformidade da Lei de Newcomb-Benford aplicados

à auditoria contábil. *Revista Gestão Pública: Prática e Desafios*, v. 3, n. 2, p. 292-314, 2012.

DURTSCHI, C.; HILLISON, W.; PACINI, C. The effective use of Benford's Law to assist in detecting fraud in accounting data. *Journal of Forensic Accounting*, v. 5, p. 17-34, 2004.

HILL, T. Base-invariance implies Benford's Law. *Proceedings of the American Mathematical Society*, v. 123, p. 887-895, 1995.

JAMAIN, A. Benford's Law. Dissertação – Departamento de Matemática, Imperial College of London, Reino Unido, 2001.

LEEMIS, L.; SCHMEISER B.; EVANS, D. Survival distributions satisfying Benford's Law. *American Statistician*, v. 54, p. 236-241, 2000.

MEBANE, W. R. Comment on "Benford's Law and the detection of election fraud". *Political Analysis*, v. 19, n. 3, p. 269-272, 2011.

MEBANE JR, W. R.; KALININ, K. Electoral fraud in Russia: vote counts analysis using second-digit mean tests. In: *Annual Meeting of the Midwest Political Science Association, Chicago, IL, April (Vol. 20)*, 2010.

MENEZES, R. O. Aplicação da Lei de Benford nos números de casos confirmados de COVID-19 em diferentes países. *REMAT: Revista Eletrônica da Matemática*, v. 7, n. 1, p. e3005, 2021.

MILANI FILHO, M. A. F. A confiabilidade dos dados financeiros de hospitais filantrópicos canadenses: um estudo empírico baseado na Lei de Benford. *Sociedade, Contabilidade e Gestão*, v. 8, n. 2, p. 47-63, 2013.

MUELLER, D. *Public choice III*. 3. ed. Cambridge University Press, 2003.

NEWCOMB, S. (Note on the frequency of the different digits in natural numbers. *The American Journal of Mathematics*, v. 4, p. 39-40, 1881.

NIGRINI, M. *Benford's Law*. Applications for forensic accounting auditing, and fraud detection. New Jersey: John Wiley & Sons, 2012.

NIGRINI, M. J.; MILLER, S. J. Data diagnostics using second-order tests of Benford's Law. *Auditing: A Journal of Practice & Theory*, v. 28, n. 2, p. 305-324, 2009.

NIGRINI, M. J.; MITTERMAIER, L. J. The use of Benford's law as an aid in analytical procedures. *Auditing*, v. 16, n. 2, p. 52-67, 1997.

PINKHAM, R. (On the distribution of first significant digits. *The Annals of Mathematical Statistics*, v. 32, p. 1223-1230, 1961.

RAIMI, R. The first digit problem. *American Mathematical Monthly*, v. 83, p. 521-538, 1976.

SAHU, S. K.; JAVA, A.; SHAIKH, A. On the connection of Benford's Law and neural networks. *arXiv e-prints*, arXiv-2102, 2021.

SALLABERRY, D. J.; FLACH, J.; CODESSO, M. M.; RODRIGUES, F. L. Sinalização de inconsistências a partir do patrimônio declarado de políticos no Brasil: aplicação da Lei de Newcomb-Benford. *Revista*

Evidenciação Contábil & Finanças, v. 7, n. 3, p. 39-59, 2019.

SPIER, L. Uso da Lei de Benford para identificar inserção de dados fictícios em requerimentos de seguro-desemprego. *Revista da Escola Nacional da Inspeção do Trabalho*, v. 3, p. 273-292, 2019.

THOMAS, J. Unusual patterns in reported earnings. *The Accounting Review*, v. 64, p. 773-787, 1989.


VAN CANEGHEM, T. NPO financial statement quality: an empirical analysis based on Benford's Law. *Voluntas*, v. 27, p. 2685-2708, 2016.

Renata Motta Café

 <https://orcid.org/0000-0001-7669-860X>

Mestre em Economia pela Escola Brasileira de Economia e Finanças da Fundação Getúlio Vargas (EPGE/FGV). Bacharel em Economia pela Universidade de Brasília (UnB). Atualmente é doutoranda na EPGE/FGV. E-mail: renata.cafe2016@fgvmail.br


Maurício Soares Bugarin

 <https://orcid.org/0000-0003-1177-7344>

Professor titular do Departamento de Economia da Universidade de Brasília (UnB) e líder do Economics and Politics Research Group (EPRG).

E-mail: bugarin.mauricio@gmail.com

Adriana Cuoco Portugal

 <https://orcid.org/0000-0003-0728-5910>

Doutora em Economia e Engenharia Civil pela Universidade de Brasília (UnB). Auditora de controle externo do Tribunal de Contas do Distrito Federal (TCDF). Diretora Técnica do Instituto Brasileiro de Auditoria de Obras Públicas (IBRAOP).

E-mail: driportugal@gmail.com

APÊNDICE

Tabela 8 | Aplicação do teste dos dois primeiros dígitos à planilha contratual do Expresso DF Sul

Dígitos	Contagem	Real	Benford	Estatística Z	DMA _i	χ^2_i
10	90	0,036	0,041	1,174	0,005	1,438
11	95	0,039	0,038	0,135	0,001	0,034
12	105	0,043	0,035	2,060	0,008	4,317
13	59	0,024	0,032	2,270	0,008	5,241
14	65	0,026	0,030	0,994	0,004	1,076
15	89	0,036	0,028	2,361	0,008	5,700
16	50	0,020	0,026	1,817	0,006	3,443
17	51	0,021	0,025	1,260	0,004	1,712
18	62	0,025	0,023	0,475	0,002	0,286
19	37	0,015	0,022	2,381	0,007	5,867
20	84	0,034	0,021	4,365	0,013	19,255
21	65	0,026	0,020	2,098	0,006	4,610
22	47	0,019	0,019	0,018	0,000	0,008
23	27	0,011	0,018	2,705	0,008	7,586
24	53	0,021	0,018	1,337	0,004	1,962
25	52	0,021	0,017	1,475	0,004	2,370
26	41	0,017	0,016	0,010	0,000	0,008
27	23	0,009	0,016	2,497	0,006	6,541
28	38	0,015	0,015	0,066	0,000	0,004
29	52	0,021	0,015	2,537	0,006	6,767
30	58	0,024	0,014	3,801	0,009	14,887
31	44	0,018	0,014	1,637	0,004	2,931
32	29	0,012	0,013	0,608	0,002	0,478
33	19	0,008	0,013	2,222	0,005	5,271
34	24	0,010	0,013	1,184	0,003	1,604

Dígitos	Contagem	Real	Benford	Estatística Z	DMA _i	χ^2_i
35	28	0,011	0,012	0,308	0,001	0,158
36	47	0,019	0,012	3,183	0,007	10,606
37	19	0,008	0,012	1,707	0,004	3,207
38	37	0,015	0,011	1,653	0,004	3,021
39	15	0,006	0,011	2,245	0,005	5,420
40	9	0,004	0,011	3,314	0,007	11,517
41	31	0,013	0,010	0,926	0,002	1,040
42	23	0,009	0,010	0,342	0,001	0,194
43	48	0,019	0,010	4,631	0,009	22,171
44	26	0,011	0,010	0,291	0,001	0,154
45	20	0,008	0,010	0,631	0,001	0,535
46	26	0,011	0,009	0,515	0,001	0,380
47	11	0,004	0,009	2,339	0,005	5,921
48	15	0,006	0,009	1,409	0,003	2,276
49	23	0,009	0,009	0,185	0,001	0,085
50	28	0,011	0,009	1,370	0,003	2,169
51	34	0,014	0,008	2,795	0,005	8,369
52	25	0,010	0,008	0,909	0,002	1,033
53	12	0,005	0,008	1,689	0,003	3,217
54	11	0,004	0,008	1,848	0,004	3,814
55	10	0,004	0,008	2,012	0,004	4,485
56	12	0,005	0,008	1,490	0,003	2,557
57	7	0,003	0,008	2,589	0,005	7,263
58	18	0,007	0,007	0,074	0,000	0,005
59	21	0,009	0,007	0,590	0,001	0,497
60	12	0,005	0,007	1,242	0,002	1,841
61	52	0,021	0,007	8,194	0,014	68,631
62	12	0,005	0,007	1,125	0,002	1,543

Dígitos	Contagem	Real	Benford	Estatística Z	DMA _i	χ^2_i
63	9	0,004	0,007	1,801	0,003	3,673
64	9	0,004	0,007	1,751	0,003	3,487
65	7	0,003	0,007	2,197	0,004	5,353
66	15	0,006	0,007	0,153	0,000	0,077
67	6	0,002	0,006	2,360	0,004	6,141
68	7	0,003	0,006	2,065	0,004	4,774
69	10	0,004	0,006	1,256	0,002	1,903
70	23	0,009	0,006	1,879	0,003	4,006
71	8	0,003	0,006	1,680	0,003	3,256
72	21	0,009	0,006	1,493	0,003	2,619
73	20	0,008	0,006	1,293	0,002	2,017
74	15	0,006	0,006	0,031	0,000	0,027
75	9	0,004	0,006	1,249	0,002	1,899
76	10	0,004	0,006	0,939	0,002	1,146
77	20	0,008	0,006	1,531	0,003	2,758
78	8	0,003	0,006	1,398	0,002	2,338
79	13	0,005	0,005	0,130	0,000	0,017
80	17	0,007	0,005	0,877	0,001	1,023
81	17	0,007	0,005	0,927	0,002	1,130
82	12	0,005	0,005	0,135	0,000	0,075
83	25	0,010	0,005	3,266	0,005	11,540
84	10	0,004	0,005	0,614	0,001	0,566
85	8	0,003	0,005	1,142	0,002	1,638
86	4	0,002	0,005	2,246	0,003	5,678
87	36	0,015	0,005	6,662	0,010	46,086
88	12	0,005	0,005	0,031	0,000	0,001
89	6	0,002	0,005	1,585	0,002	2,978
90	16	0,006	0,005	1,067	0,002	1,463

Dígitos	Contagem	Real	Benford	Estatística Z	DMA _i	χ^2_i
91	4	0,002	0,005	2,112	0,003	5,076
92	12	0,005	0,005	0,123	0,000	0,015
93	11	0,004	0,005	0,136	0,000	0,018
94	12	0,005	0,005	0,048	0,000	0,039
95	12	0,005	0,005	0,084	0,000	0,054
96	18	0,007	0,005	1,924	0,003	4,285
97	8	0,003	0,004	0,752	0,001	0,813
98	20	0,008	0,004	2,620	0,004	7,651
99	6	0,002	0,004	1,303	0,002	2,111

Fonte: Elaborada pelos autores