

O teorema de Bernoulli

RICHARD LEWINSOHN

Dr. rer. pol.

I. RENDA E UTILIDADE

NA PRIMEIRA metade do século XVIII, quando, animados pelo sucesso da teoria de Newton, os sábios se esforçavam em estabelecer fórmulas expressivas para tôdas as relações terrestres e celestes, físicas e psíquicas, materiais e imateriais, dois grandes matemáticos suíços se ocuparam também da questão de saber qual seria o acréscimo ou o decréscimo do bem-estar provocado pelo aumento ou pela diminuição das riquezas individuais, ou seja, em termos modernos: qual a utilidade marginal da renda? Já naquela época, muito antes do desenvolvimento de uma doutrina especial, não havia dúvida de que cem libras a mais ou a menos não tinham a mesma importância para uma pessoa possuidora de uma renda de mil libras e outra cuja renda era de cem mil libras. Por outras palavras, 100.000 + 100 libras não dão a mesma satisfação que dão 1.000 + 100; e, de maneira análoga, 1000.000 - 100 libras não significam a mesma redução no bem-estar que 1.000 - 100 libras. Mas qual é o aumento ou a diminuição da utilidade? Qual é, aritmeticamente, a razão da progressão crescente ou decrescente? Tal é o problema.

DANIEL BERNOULLI, da célebre família dos matemáticos de Basileia, e êle mesmo um dos mais eminentes geômetras e físicos de seu tempo, dava esta resposta: a partir do limite em que o mínimo de subsistência é assegurado, o acréscimo na renda de uma porcentagem determinada dá sempre a mesma satisfação adicional. Suponhamos que o limite de subsistência — não no sentido físico mas no sentido social, reconhecido pela legislação tributária — seja de 12.000 cruzeiros e que os pri-

meiros 10.000 cruzeiros acima do limite dêem uma satisfação que seja ainda quase igual ao poder aquisitivo da moeda. Se a renda passa de 22.000 a 23.000 cruzeiros, a satisfação adicional será de 1/10, mas se uma renda de 112.000 cruzeiros aumenta para 113.000, o efeito psicológico será apenas de 1/100, e para uma renda que passa de 1.012.000 a 1.013.000 o aumento do efeito psicológico será ínfimo, pois não passará de 1/1.000. Por outras palavras, para que a satisfação aumente na mesma proporção, uma renda acima do mínimo de subsistência de 1 milhão de cruzeiros deverá ser aumentada cem vêzes e uma renda de 100.000 cruzeiros deverá aumentar dez vêzes mais que uma de 10.000 cruzeiros. Para o decréscimo das rendas o processo será inverso: se uma renda de 1,1 milhão de cruzeiros fôr reduzida a 1,0 milhão, a satisfação diminuirá na mesma proporção que para a redução de uma renda de 110.000 a 100.000 cruzeiros ou de uma de 11.000 a 10.000 cruzeiros, feita sempre a dedução do mínimo de subsistência.

A teoria de Bernoulli pode ser formulada algebricamente. Chamando R a renda, S a satisfação proveniente da renda e M o mínimo de subsistência, teremos:

$$S = K (\log R - \log M) = K \log \frac{R}{M}$$

onde K é uma constante, que reflete as condições particulares de ordem psicológica e social de cada caso. Considerando essa constante para um indivíduo e para um grupo de pessoas, conforme o caso, podemos dizer: a satisfação proveniente da renda é proporcional ao logaritmo da renda menos o logaritmo do mínimo de subsistência.

E' curioso — e, ao que sabemos, ninguém ainda o notou — que a fórmula de Daniel Bernoulli tenha antecipado de um século, para outro domínio da atividade humana, a famosa “lei de Weber”. Essa lei fundamental da psico-física diz, segundo a fórmula que FECHNER lhe deu, que a sensação é proporcional ao logaritmo da excitação menos o logaritmo da menor excitação perceptível.

O compatriota e contemporâneo de Bernoulli, GABRIEL CRAMER, partindo de reflexões semelhantes, caracterizou, por uma fórmula mais acentuada, a divergência entre o acréscimo da riqueza e o da satisfação. Na sua opinião, a satisfação varia na razão da raiz da fortuna ou da renda de que ela resulta. Isto quer dizer que uma renda de 80.000 cruzeiros deveria fornecer duas vezes mais e uma de 500.000 cruzeiros cinco vezes mais satisfação do que outra de 20.000 cruzeiros. Ou, se utilizarmos os mesmos símbolos da fórmula de Bernoulli, acrescentando também uma constante para as particularidades de cada caso,

$$S = K \sqrt{R}$$

Muitas outras tentativas têm sido feitas posteriormente com o fim de fixar a relação entre a renda e o capital, de um lado, e, de outro, a satisfação deles resultantes ou, para usarmos a terminologia de Laplace, entre a “fortuna física” e a “fortuna moral”, sem, todavia, chegar-se a soluções mais precisas e mais convincentes. Assim, as duas fórmulas clássicas, e notadamente a de Bernoulli, ficaram sendo, senão dogmas, pelo menos paradigmas para demonstrar numéricamente a utilidade decrescente da renda e suas aplicações aos impostos progressivos. O teorema de Bernoulli mereceu a aprovação de um economista tão prudente e tão influente como MARSHALL, que chegou mesmo a afirmar: “The systems of taxation which are now most prevalent follow generally on the lines of Bernoulli's suggestions” (1).

O mais notável especialista inglês da última geração em matéria tributária, lord STAMP, foi também visivelmente inspirado pela idéia de Bernoulli. STAMP construiu uma escala na qual, a partir de 1.000 libras esterlinas, a utilidade por libra é, para toda fração de 1.000 libras, de 10 % infe-

rior à utilidade da fração precedente. Isso significa que, se a 1.000a. libra representa uma utilidade de 18 *shillings*, a 2.000a. terá a utilidade de (18 - 1,8 =) 16,2 *shillings*, a 3.000a. a utilidade de (16,2 - 1,62 =) 14,58 *shillings*, e assim por diante. Como se vê, a progressão é muito forte. A 5.000a. libra, correspondente à última fração de uma renda de cerca de 400.000 cruzeiros, já terá perdido para quem a possui a metade da sua utilidade: não valerá mais de 10 *shillings* para quem tenha a renda de 100 libras. Da 10.000a. libra os dois terços são virtualmente inexistentes, porque a sua utilidade não vai além de 6,28 *shillings*. Diz STAMP que esse tipo de diminuição “correctly represents our psychology” (2). Quando êle escrevia essas palavras, a tributação progressiva na Inglaterra não era tão aguda como é hoje. Entretanto, era uma previsão perspicaz. As taxas atuais sobre a renda na Inglaterra correspondem, com efeito, *grosso modo*, ao esquema da “diminishing utility of money”, preconizado há um quarto de século por JOSIAH STAMP.

II. PARADOXOS DA TRIBUTAÇÃO

Apesar dos testemunhos favoráveis e das provas de sua eficácia, a fórmula de Bernoulli não pode ser considerada como meio de resolver tôdas as questões da progressividade do impôsto. A objeção mais freqüente aos esquemas desse gênero é que êles não passam de construções artificiais. Sem dúvida, o teorema de Bernoulli não comporta uma demonstração experimental, como a lei de Weber. Não há instrumentos que possam medir a felicidade, o bem-estar ou a satisfação. Pode-se demonstrar indiretamente, e assim mesmo de maneira muito sumária, a utilidade decrescente dos artigos de consumo, pela quantidade e qualidade das compras e pelo movimento dos preços. Por extensão das relações encontradas para a procura de um ou dois produtos determinados, estabeleceu-se uma fórmula geral do valor máximo de uma renda utilizada em artigos de consumo, e essa fórmula é às

(1) ALFRED MARSHALL, *Principles of Economics* (8.^a edição, 1920; reimpressa em Londres, 1938) pág. 135.

(2) JOSIAH STAMP, *The Fundamental Principles of Taxation* (Edição nova e revista, Londres 1936), pág. 48. — A citação já se encontra na primeira edição do livro, que é de 1921.

vêzes denominada “utilidade marginal da moeda” (3). Mas é preciso acentuar que essa noção é muito diferente daquela relativa à “utilidade decrescente da moeda”, no sentido de STAMP.

A questão de saber em que medida decresce a utilidade da moeda complica-se ainda mais quando se trata de grandes rendas, das quais, em geral, uma parte importante das disponibilidades totais não é consumida, mas aplicada reprodutivamente. Esse problema foi estudado também segundo o método marginal, tendo-se procurado determinar algèbricamente as variações do consumo e das economias, principalmente em função das taxas de juros (4). Todavia, nem as análises puramente teóricas, nem as pesquisas mais concretas puderam fornecer o menor indício do decréscimo da satisfação proveniente da posse, da livre disposição, da aplicação lucrativa da moeda à medida que a renda aumenta. “Men do not desire to be rich, but to be richer than other men”. Essa frase de J. S. MILL (5) ainda não perdeu a sua validade.

Outro argumento ainda mais decisivo contra a teoria da utilidade decrescente da moeda deriva precisamente de sua aplicação ao domínio tributário. Admitamos que a teoria seja psicológicamente defensável. Nêsse caso ela poderia perfeitamente justificar a progressividade do impôsto sôbre a renda. Uma taxa mais elevada sôbre uma renda alta não constituiria privação maior que uma taxa pequena sôbre uma renda pequena. Mas o impôsto sôbre a renda é apenas um ramo da tributação progressiva, cujo irmão mais velho é o impôsto sôbre as heranças. Na Inglaterra e na maior parte dos outros países, o impôsto sôbre as sucessões já se achava submetido a uma tarifa progressiva quando o impôsto progressivo sôbre a renda era ainda muito discutido.

Interpretar-se o impôsto sôbre a sucessão como impôsto retroativo sôbre a renda capitalizada de um contribuinte depois de sua morte (6), em nada altera o fato de que, em consequência do impôsto progressivo, os herdeiros recebem uma parte menor da fortuna deixada pelo *de cuius*, se a fortuna era grande, e uma parte maior se era pequena.

(3) R. G. D. ALLEN, *Mathematical Analysis for Economists* (Londres 1942), pág. 512.

(4) F. P. RAMSAY, *A Mathematical Theory of Saving*. *Economic Journal* 1928.

(5) J. S. MILL, *Essay on Social Freedom*. — A. C. PIGOU, *Economics of Welfare* (Londres 1920), pág. 79.

(6) C. F. BASTABLE, *Public Finance*. (3.^a edição, Londres 1903), págs. 590 e segs.

Aliás, o impôsto sôbre as heranças é também progressivo nos países que, como o Brasil, não gravam o montante global antes da partilha, mas retiram de antemão uma porcentagem das partes sucessórias no momento da transmissão, ou a reclamam posteriormente dos herdeiros.

Esse processo está em nítida contradição com o teorema de Bernoulli. Porque, se a utilidade da moeda baixa com o crescimento da renda ou do capital, uma herança grande não pode apresentar mais utilidade, por unidade monetária, do que uma herança pequena. Dever-se-ia mesmo concluir disso que a aquisição de uma soma pequena dá relativamente mais satisfação, e também que uma herança determinada vale menos para um rico do que para uma pessoa de pequenas posses. Conseqüentemente, a tributação devia ser proporcional, se não regressiva. Uma taxa igual feriria um grande aumento de utilidade com um encargo subjetivamente pesado e compensaria um pequeno acréscimo de satisfação com uma privação pouco sensível.

As condições psicológicas seriam análogas para outros impostos, ligados ao crescimento da renda ou do capital, como o impôsto sôbre os lucros extraordinários. Também nesse o princípio da progressividade é incompatível com a tese da utilidade decrescente da moeda. Isso porque, segundo a tese, uma pessoa que ganhou dez vêzes mais que outra não experimenta uma satisfação vinte vêzes, nem mesmo dez vêzes, mais forte. O máximo que o Estado podia exigir dela, reconhecendo a utilidade decrescente da moeda, seria uma taxa proporcional ao total do lucro. Em última análise, todos os impostos dessa espécie não seriam eqüitativos.

Não obstante, no mundo inteiro e principalmente na Inglaterra, onde a teoria da utilidade decrescente é tão apreciada, a legislação tributária procede de modo diverso. Tratar-se-á de uma confirmação da sombria profecia de MC CULLOCH que, há um século, advertia os partidários do impôsto progressivo: “When you abandon the plain principle (o da proporcionalidade) you are at sea without rudder and compass, and there is no amount of injustice you may not commit”? Ou dever-se-á recorrer à observação de STAMP: “Nearly all taxation in practice is a compromise between two or more ideal positions”? (7). Cremos que a aparente antinomia se explica de modo mais sim-

(7) JOSIAH STAMP, *op. cit.*, pág. 29.

ples, se se abandonar, pelo menos em matéria tributária, a hipótese engenhosa mas muito artificial e equívoca da utilidade decrescente da moeda, substituindo-a pelo critério mais realista da *gradação das necessidades*. Os dois aspectos guardam relações, sem serem todavia idênticos. As noções marginalistas de "satisfação", "utilidade decrescente", "igualdade de sacrifícios", etc., presumem também uma gradação das necessidades, mas consideram o efeito psicológico — o grau de satisfação ou de não-satisfação dos desejos — na medida da necessidade. O Estado não ignora o aspecto psicológico do problema; êle reconhece que, para o contribuinte, o impôsto apresenta, subjetivamente, o caráter de uma privação e não de recompensa pelos serviços prestados pelo Estado. Mas êle não admite que o efeito psicológico da privação seja suficiente para determinar a distribuição dos encargos fiscais.

Todo sistema tributário é, expressamente ou não, baseado em uma ordem escalonada das necessidades. O Estado não cria essa ordem, mas reserva-se o direito de fixá-la, regulá-la, ajustá-la. O impôsto é um dos principais meios desta atividade estatal: decidir o que é mais e o que é menos dispensável. O impôsto, desde que não seja proibitivo, é um instrumento maleável. Êle não prescreve ao contribuinte o modo de empregar a sua renda, não suprime as preferências individuais, não impede a satisfação dêsse ou daquele desejo, mas limita o total da despesa e influencia também, para o total das rendas, a aplicação, o consumo e a poupança, a seleção, a quantidade e a qualidade dos artigos de consumo, duráveis e não duráveis, dos serviços, da utilização do capital e do trabalho, em suma, tôda a vida econômica e social.

Êsse efeito do impôsto é inevitável. Mesmo se o Estado quisesse adotar os conceitos de certos teóricos do século passado, que consideravam o financiamento das despesas governamentais a finalidade exclusiva dos impostos, subsistiria o efeito econômico e social do impôsto. Seria absurdo abandonar êsse efeito ao acaso e, na realidade, o Estado nunca deixou de utilizar a tributação como instrumento da política econômica e social. Os impostos podem servir para manter ou para modificar a estrutura econômica e social — mas tanto numa como noutra hipótese a distribuição dos encargos fiscais exerce profunda influência na distribuição da renda nacional.

Já antes da guerra, na maioria dos países, 15-20 % da renda nacional eram absorvidos pelo

impôsto e redistribuídos pelos governos centrais e locais. Essa redistribuição pode compensar* e mesmo exceder os efeitos econômicos e sociais da tributação. E' possível que um sistema fiscal que não conheça senão impostos proporcionais possa, pela utilização dos impostos em favor das classes pobres, levar a mudanças mais acentuadas na distribuição da renda nacional do que uma tributação progressiva, na qual o produto do impôsto seja redistribuído em favor das classes mais favorecidas. Mas os casos em que a utilização dos impostos extingue inteira e intencionalmente seus efeitos econômicos e sociais serão muito raros. Na maioria dos casos um e outro lado do orçamento agirão no mesmo sentido e terão antes a tendência de se reforçarem mutuamente do que a de se compensarem.

A grande maioria dos economistas contemporâneos considera o efeito distributivo e redistributivo não um sub-produto ocasional da tributação, mas uma de suas finalidades essenciais e um critério de equidade tributária.

III. TRIBUTAÇÃO AGREGATIVA

Como acontece freqüentemente no domínio tributário, a técnica do impôsto progressivo, tornada rotineira, não acompanha senão lentamente o desenvolvimento das idéias e dos princípios que ela deve realizar. O impôsto progressivo venceu o impôsto proporcional com o signo da "igualdade dos sacrifícios" e com o impulso da escola dos marginalistas. Êsse fato se manifesta mais nitidamente na predominância das tarifas estabelecidas segundo o princípio da progressividade fracionada. A renda não é tributada como uma massa de disponibilidades, da qual cada parcela dá a seu possuidor o mesmo poder aquisitivo, mas como uma aglomeração de caixas que têm exteriormente o mesmo formato, mas um conteúdo diferente quanto à satisfação, cada uma das quais vale para o seu proprietário menos do que a precedente.

Cada renda é, por assim dizer, um edifício dividido em andares; em cada imóvel o mesmo andar representa para seu proprietário o mesmo valor e é, por conseguinte, tributado com a mesma taxa. As grandes rendas são arranha-céus de vinte a trinta andares, mas arranha-céus muito singulares. Nessa cidade tributária não há elevadores. O prazer de morar num vigésimo andar é, então, muito reduzido, e precisamente porque êles não

valem grande coisa para seus proprietários, o fisco reclama os andares mais altos para fins públicos. Nesse ponto há, às vezes, divergências de opinião. Os proprietários dos arranha-céus afirmam que são ainda muito fortes e podem subir a pé até vinte andares ou mais sem o menor incômodo. Mas o fisco deve responder: é impossível, contrário às regras da psicologia marginal, contrário à lei da utilidade decrescente da moeda.

As taxas efetivas dependem, também no sistema da progressividade fracionada, das necessidades financeiras do Estado, mas a relação entre as taxas de cada fração parece derivar de uma lei natural. Que haja dez ou dez mil contribuintes em cada categoria, em princípio a relação deveria sempre ser a mesma para não violar a equidade tributária.

Se se parte do ponto de vista de que a distribuição dos encargos fiscais deve corresponder a um certo esquema da distribuição da renda nacional, a questão das taxas progressivas toma outra direção. Com essa premissa, não é fator indiferente saber qual o número de pessoas em cada categoria de renda. Dir-se-á talvez, e com razão, que o conhecimento desse fator é sempre necessário. Com efeito, estabelecer tarifas de impostos sem uma estatística muito detalhada da distribuição da renda nacional e dos encargos fiscais é comparável a uma operação cirúrgica em uma sala muito grande à luz de uma vela. Os excelentes estudos feitos recentemente nos Estados Unidos e na Inglaterra — como o trabalho de SHIRRAS e ROSTAS (8) — podem servir de modelo também aos países onde essa documentação ainda se acha pouco desenvolvida.

Desde que se conheçam os objetos da tarifação, não é muito difícil dar-lhe forma apropriada para adaptar a distribuição dos encargos às finalidades econômicas e sociais da tributação. O sistema mais simples talvez fôsse um método que queremos denominar "tributação agregativa", cujo esquema é o seguinte:

A totalidade da renda nacional tributável — isto é o total menos as rendas abaixo do limite de isenção, mas compreendidas as partes atualmente

isentas das outras rendas — é dividida em vinte partes iguais. Com base na última estatística disponível será marcada exatamente a altura das rendas individuais que passam em cada divisão. Suponhamos que a primeira classe compreenda rendas entre 12.000 e 21.000 cruzeiros, a segunda as rendas entre 21.000 e 35.000, a terceira aquelas entre 35.000 e 43.000, etc. As rendas que entram em cada classe serão desiguais mas não se ampliarão continuamente, como é o costume nas tarifas atuais. O Estado fixa a parte do total que ele necessita em, digamos, 10% (compreendida a margem para os abatimentos e deduções que são estabelecidos posteriormente).

Se houver a preocupação de não modificar sensivelmente a distribuição da renda nacional, a progressividade das taxas será calculada de modo que a taxa média se situe entre a décima e a undécima classes, e a segunda metade dos encargos se situe a partir da décima quinta classe. A tarifa começará então com 1% na primeira classe e aumentará em progressão aritmética de 1% para cada classe até atingir 20% para a última. Se a preocupação fôr a modificação acentuada em favor da população menos favorecida, a metade dos encargos deverá ser suportada pelas três últimas classes cujas taxas variarão entre 25 e 40%, ao passo que as taxas das dez primeiras classes serão reduzidas. Se se desejar estimular a formação de capitais importantes, dever-se-á limitar a progressão das taxas a um nível mais baixo. As variantes da tarifa são virtualmente ilimitadas, sem o risco de se perder a clareza da distribuição dos encargos. Os exemplos gráficos a seguir reproduzidos mostram algumas das possibilidades de se obter a mesma receita, com gradações diferentes das taxas. As engenhosas fórmulas de EDGEWORTH (9) permitirão muitas outras.

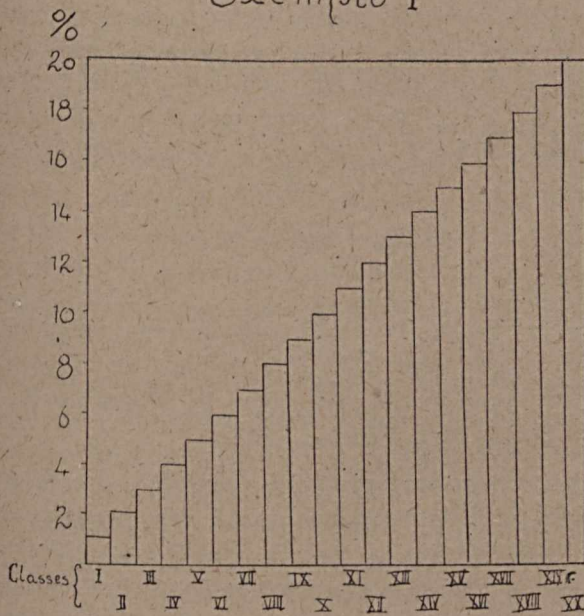
ESQUEMAS DA TRIBUTAÇÃO AGREGATIVA

A renda nacional, dedução feita das rendas inferiores ao limite de isenção, está dividida em vinte partes (classes) iguais. Em cada um dos exemplos seguintes, o produto do imposto representa cerca de um décimo da renda nacional tributável.

(8) G. FINDLAY SHIRRAS e L. ROSTAS, *The Burden of British Taxation* (Cambridge 1942).

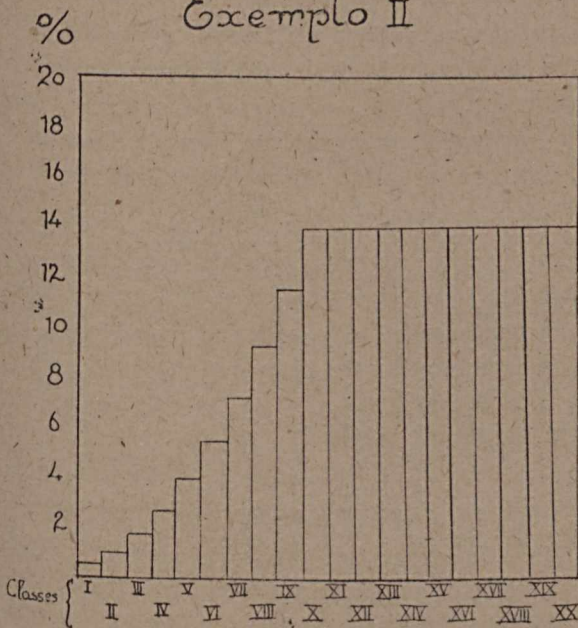
(9) F. Y. EDGEWORTH, *Formulae for Grading Taxation. Papers relating to Political Economy* (Londres 1926), vol. II, págs. 260 e segs.

Exemplo I



Este modelo mostra o tipo mais simples: uma progressão aritmética, começando por 1% e ascendendo à razão de 1% até 20%. As dez primeiras classes suportam cerca de um quarto dos encargos totais. Não obstante seu aspecto harmonioso, a tarifa é bastante onerosa para as pequenas rendas.

Exemplo II



A taxa inicial é de meio por cento. A razão da progressão é, ela mesma, progressiva. Começa por 1/2% e aumenta continuamente de 1/4% em relação à classe anterior, até 14% na décima classe; a partir deste nível as taxas são proporcionais. A tarifa é, para as pequenas rendas, menos onerosa do que o Exemplo 1, onera fortemente as rendas médias e é favorável às grandes rendas.

Exemplo III



Esta tarifa está construída segundo um esquema regressivo: partindo de uma taxa máxima de 40%, para a XX.^a classe, a taxa em cada classe é de 1/5 mais elevada que na classe inferior (da direita para a esquerda). Atinge na 1.^a classe aproximadamente 0,5%. A escala é favorável às rendas pequenas e médias, e relativamente pesada para as grandes rendas. Perto de metade de todos os encargos recai nas três últimas classes (XVIII — XX). A tarifa assemelha-se à tributação da renda nos Estados Unidos antes da guerra.

O sistema agregativo necessita de revisão periódica, anual, de preferência, da classificação e das taxas. Não consideramos essa revisão freqüente um obstáculo, mas uma vantagem. No sistema inglês da *Income Tax*, que continua sendo incontestavelmente o imposto sobre a renda mais perfeito e mais eficaz do mundo, a *standard rate*, base de todo o cálculo, bastante complicado, do imposto efetivo, modifica-se cada ano. A vida econômica e social sendo um processo dinâmico, um sistema de impostos que pretenda ser estático torna-se, em pouco tempo, inadequado.